

今回の内容

- これまでのまとめ
- 計算機を使った問題作成法について
- N国同盟と井桁ABオペレーションの関係

これまでのまとめ

- ナンプレパズルの概要
- 3つの重要なテクニックの紹介
- N国同盟
- ABオペレーション
- チェーン
- これらを使えばほとんどのパズルは解ける

N国同盟

X_1, X_2, \dots, X_9 を行、列、または 3×3 ブロックの9個のマスとするとき、

$X_1 \cup X_2 \cup \dots \cup X_N = \{k_1, k_2, \dots, k_N\}$ ならば

$k_1, k_2, \dots, k_N \notin X_{(N+1)}, \dots, X_9$

N国同盟

X_1, X_2, \dots, X_9 を行、列、または 3×3 ブロックの9個のマスとするとき、

$X_1 \cup X_2 \cup \dots \cup X_N = \{k_1, k_2, \dots, k_N\}$ ならば

$k_1, k_2, \dots, k_N \notin X_{(N+1)}, \dots, X_9$

1国同盟

$X1 = \{k1\}$ ならば

$k1 \notin X2, \dots, X9$

	1			2			3			4			5			6	7			8			9
A	1	2	3	⑤			1	2	3	1	2	3	1	2	3	6	1	2	3	1	2	3	9
	4	5	6				4	5	6	4	5	6	4	5	6		4	5	6	4	5	6	
	7	8	9				7	8	9	7	8	9	7	8	9		7	8	9	7	8	9	

$A2 = \{5\}$ ならば

$5 \notin A1, A3, A4, A5, A6, A7, A8, A9$

2国同盟

$X1, X2 = \{k1, k2\}$ ならば

$k1, k2 \notin X3, \dots, X9$

A

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	2	2 3	5	2 3	4	2 3	2 3	1	2
	6	6							6
	8 9	7 8					8 9		8 9
	1 2		1 3		2 3	3	1 2	1 3	

$A4 = \{2, 3\}, A6 = \{2, 3\}$ ならば

$2, 3 \notin A1, A2, A3, A5, A7, A8, A9$

3国同盟

$X1, X2, X3 = \{k1, k2, k3\}$ ならば

$k1, k2, k3 \notin X4, \dots, X9$

A

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	1		3			
2									
3									
4	4	5					4		6
5		8	9				8	9	
6	1	2			1	2	3	1	3
7									
8									
9									

$A2 \cup A4 \cup A6 = \{1, 2, 3\}$ ならば

$1, 2, 3 \notin A1, A3, A5, A7, A8, A9$

8国同盟

$X_1, X_2, \dots, X_7, X_8 = \{k_1, k_2, \dots, k_8\}$ ならば

$k_1, k_2, \dots, k_8 \notin X_9$

$k_9 \notin X_1, X_2, \dots, X_7, X_8$ ならば

$X_9 = \{k_9\}$

8国同盟

$X_1, X_2, \dots, X_7, X_8 = \{k_1, k_2, \dots, k_8\}$ ならば

$k_1, k_2, \dots, k_8 \notin X_9$

$k_9 \notin X_1, X_2, \dots, X_7, X_8$ ならば

$X_9 = \{k_9\}$

8国同盟

k9 $\notin X_1, X_2, \dots, X_7, X_8$ ならば

$$X_9 = \{k_9\}$$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	2	3	3	2			2	3	2
					6				6
			7		9			9	8
	1	2			1	2	3	1	2

8を含むマスがA9しかないならば、 $A9 = \{ 8 \}$

7国同盟

$X_1, X_2, \dots, X_6, X_7 = \{k_1, k_2, \dots, k_7\}$ ならば

$k_1, k_2, \dots, k_7 \notin X_8, X_9$

$k_8, k_9 \notin X_1, X_2, \dots, X_6, X_7$ ならば

$X_8, X_9 = \{k_8, k_9\}$

7国同盟

$k8, k9 \notin X1, X2, \dots,$
 $X6, X7$ ならば

$X8, X9 = \{k8, k9\}$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	3		4	3	5	2	6	4	1
B	2	2	1	4	3	7	2	9	2
C	2	6	7	4	1	1	3	4	2
D	4	3	5	6	1	5	8	2	3
E	7	1	3	2	9	4	5	3	8
F	8	2	6	5	3	1	5	4	
G	3	5	9	7	8	2	4	1	5
H	2	7	4	5	3	1	8	5	2
I	1	2	8	4	6	5	2	3	3

4,5,6同盟

$X1, X2, X3, X4 = \{k1, k2, k3, k4\}$ ならば

$k1, k2, k3, k4 \notin X5, X6, X7, X8, X9$

$X1, X2, X3, X4, X5 = \{k1, k2, k3, k4, k5\}$ ならば

$k1, k2, k3, k4, k5 \notin X6, X7, X8, X9$

$X1, X2, \dots, X5, X6 = \{k1, k2, \dots, k6\}$ ならば

$k1, k2, \dots, k6 \notin X6, X7, X8, X9$

4国同盟の例

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	4 5 6	4 5 6	7	9	5 6	5 6	1	2 3	2 3
B	1	1	2	1	1	3	4	6	8 9
C	8	1 3		4	1 2	2		5	7
D	2 3	2 3	1		4		3	1 2 3	6
E	4 5 6		5 6	2	3	1	5	8 9	4 5
F	9	2 3	1		8		3	1	2 3
G	7	9	4 5 6	5 6	2	2	3	3	1
H	1 2	1 2	8	3	1	5 6	5 6	9	6 4 5
I	1	1	3	1		4	2	6	5

5国同盟の例

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	4 5 6	4 5 6	7	9	5 6	5 6	1	2 3	2 3
B	1	1	2	1	1	3	4	6	8 9
C	8	1 3		4	1 2	2		5	7
D	2 3	2 3	1		4		3	1 2 3	6
E	4 5 6		5 6	2	3	1	5	8 9	4 5
F	9	2 3	1		8		3	1	2 3
G	7	9	4 5 6	5 6	2	2	3	3	1
H	1 2	1 2	8	3	1	5 6	5 6	9	6 4 5
I	1	1	3	1		4	2	6	5

6国同盟の例

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	1 2	1	5	6		3	2	1	1
B	2		2	1			2		3
C	3	4	1	8	2		1	9	5
D	5		4		1		4	2	8
E	1	9	7	2 3	3	2	5	6	1
F	8	2	1 3	5	4	6		1 3	7
G	1	3	1		7	5	1	8	2
H	1	1	X	2 3	3	2	1	3	3
I	2		2	4		1	7	3	3

ABオペレーション

- 3x3ABオペレーション
- 井桁ABオペレーション

k が $A \cap B$ のどのマスにも入らないならば
k は $A \cap B$ のどのマスにも入らない

D	4 5 8	1	2 8	3	5 6 8	7	2 4 5 6 4 5 8	9
E	4 5 7 8	2 3 4 5 7	6	2 8 9	5 8 9	2 8 9	2 3 4 5 8	3 4 5 8
F	9	2 3 5	2 8	4	5 6 8	1	2 3 5 6	3 5 6 8

$A = \{E1, E2, E3, E4, E5, E6, E7, E8, E9\}$

$B = \{D4, D5, D6, E4, E5, E6, F4, F5, F6\}$

とすると

$A \cap B = \{E4, E5, E6\}$ (橙色)

$A \cap \overline{B} = \{E1, E2, E3, E7, E8, E9\}$ (ピンク色)

$\overline{A} \cap B = \{D4, D5, D6, F4, F5, F6\}$ (黄色)

3x3ABオペレーション

D	4 5 8	1	2 8	3	5 6 8	7	2 4 5 6 4 5 8	9
E	4 5 7 8	2 3 4 5 7	6	2 8 9	5 8 9	2 8 9	1 4 5 8	2 3 4 5 8
F	9	2 3 5	2 8	4	5 6 8	1	2 3 5 6	7 5 6 8

この黄色の所に 2 がなければ
このピンクの所にも 2 はない

7	8	9
4 3 6 9 4 7		3 6
4 3 6 2 4 7	1 3	
8	1 4 5 5 7	4 5
4 2 5 6 4 8	2 8	9
1	4 3 8 4	3 8
2 3 5 6 8	7	3 6
7	2 3 5 8	1
4 2 6 8	6	4 8
9	2 3 4 5 8	3 5

$A =$ 第7列ブロックのマス

$B =$ 3x3ブロック

$A \cap B =$ 橙色のマス

$A \cap \overline{B} =$ ピンク色のマス

$\overline{A} \cap B =$ 黄色のマス

k が $A \cap \overline{B}$ のどのマスにも入らないならば
 k は $\overline{A} \cap B$ のどのマスにも入らない

A = B行ブロックとC行ブロックのマス

B = 第3列ブロックと第8列ブロックのマス
とすると

$A \cap B = \{B3, D3, B8, D8\}$ (橙色)

$A \cap \overline{B} = A \cap B$ を除いたB,C行のマス (ピンク色)

$\overline{A} \cap B = A \cap B$ を除いた第3, 8列のマス (黄色)

k が $A \cap \overline{B}$ のどのマスにも入らないならば
k は $\overline{A} \cap B$ のどのマスにも入らない

3x3ABオペレーション

7	8	9
4 3 6 9 7 6		4 3 6 6
4 3 6 4	1 3	2
8	1 4 5 5	4 5 7 7
4 2 5 6	4 2 8 8	9
1	4 3 8 8	4 3 8 8
4 2 5 6	7	4 3 8 6
7	2 3 5 8	1
4 2 6 8	6	4 8
9	2 3 4 5 8 8	4 3 5 8

井桁ABオペレーション

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	7 8 6 4 8 6		1	5	2	7 8 6 6		3	4 8 9 9
B	7 8 6 6	3	4 6 7 8	9	1	7 8 6 6	5	4 6 8 8	2
C	2		5	3 6 6 6		4	1	8 6 8 7	
D	7 9 6 6	1	4 6 7 8	8	7 9 6 6	3	2 6 4 6	2 6 4 6	5
E		2 6 8 9	3	4	5		7	1 2 8 6	1 8 6 8
F	5	4 6 8 8	6 7 8 8	2	7 6 6 6	1	3 6 6 6	9	4 8 3 8
G	1 3 6 6	5	9	7	3 8 6 8	2 8 6 8	4	1 2 6 6	6
H	4	2 6 8 8	2 6 8 8	1 3 6 6	3 6 9 9	5	2 3 9 9	7	1 3 6 9
I	1 3 6 6	7	2 6 6 6	1 3 6 6	4	2 6 9 9	8	5	1 3 6 9

2つのABオペレーションの違い

- 集合A,Bの取り方
- 3x3ブロックABオペレーションでは、3x3ブロックと行または列ブロック
- 井桁ABオペレーションでは、行ブロックと列ブロック
- 井桁ABオペレーションは、行ブロック、列ブロックの数が同じで2以上4以下

3井桁ABオペレーション

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	1 5 7	6	4		8 9	2	1 7	3	1 5 7
B	3	7 X	1 8	6	4	5	1 7 8	2 9	2 9
C	5 8	9	2	1		3	6 4	5 8	
D	1 X	3	9	2	5 4		1 7 8		6
E	2	5 8	7	3	6	1	4 5 9	8 9	
F	6	4	1 5	8	9	7	3 2 5	1 2	
G	4 7 8	5 7 8	6 4 5		3 9		2 9	1 7 8	
H		1 9	3	7	2	8	5	6	4
I	4 7 X	2	5 8	4 5	1	6	9	7 8	3

4井桁ABオペレーション

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	1 2 5	1 5	8	3	6	2 3 5	1 3 7	4	9
B	1 5 7	4	2 7	9	2 3 5 8	3 5 7	1 3 7 8	6	
C	3		6	4		1	5		2
D		7	1	2		6	4	5	3
E	8	2	5	1 3 7	1 3 7	4	8	9	1 7
F	9	3	4	5	1 7	8	6	2	1 7
G	1 5 7	1 5	9	8	3 5	3 5 7	2	6	4
H	4		2 7	6	1 2 8	9	1 7	3	5
I	2 5	6	3	1 7	4	2 5	9	1 7	8

問題を解くアルゴリズム(手順)

- [1] 1国同盟をできるだけやる。
- [2] 8国同盟をやってみて、適用できたら[1] へ戻る
- [3] 3x3ABオペレーションをやってみて、適用できたら[1] へ戻る
- [4] 2国同盟をやってみて、適用できたら[1] へ戻る
- [5] 7国同盟をやってみて、適用できたら[1] へ戻る
- [6] 2井桁ABオペレーションをやってみて、適用できたら[1] へ戻る
- [7] 3国同盟をやってみて、適用できたら[1] へ戻る
- [8] 6国同盟をやってみて、適用できたら[1] へ戻る
- [9] 3井桁ABオペレーションをやってみて、適用できたら[1] へ戻る
- [10] 4国同盟をやってみて、適用できたら[1] へ戻る
- [11] 5国同盟をやってみて、適用できたら[1] へ戻る
- [12] 4井桁ABオペレーションをやってみて、適用できたら[1] へ戻る

N国同盟

ABオペレーション

チェイン

それ以上

⇒ニコリの問題が解ける

⇒ 国内のナンプレの最高難度の問題集が解ける
(ほとんど人手では無理)

⇒ワールドクラス
ランダムチョイス(仮置き)を
使えば100%解ける

N国同盟とABオペレーションが完璧に
できればニコリの問題は解ける。

ニコリのホームページにある問題 を解いた結果

番号	1国	2国	8国	3x3	行列	チェ
1	381	0	39	2	0	0
2	395	1	26	1	0	0
3	374	1	32	3	0	0

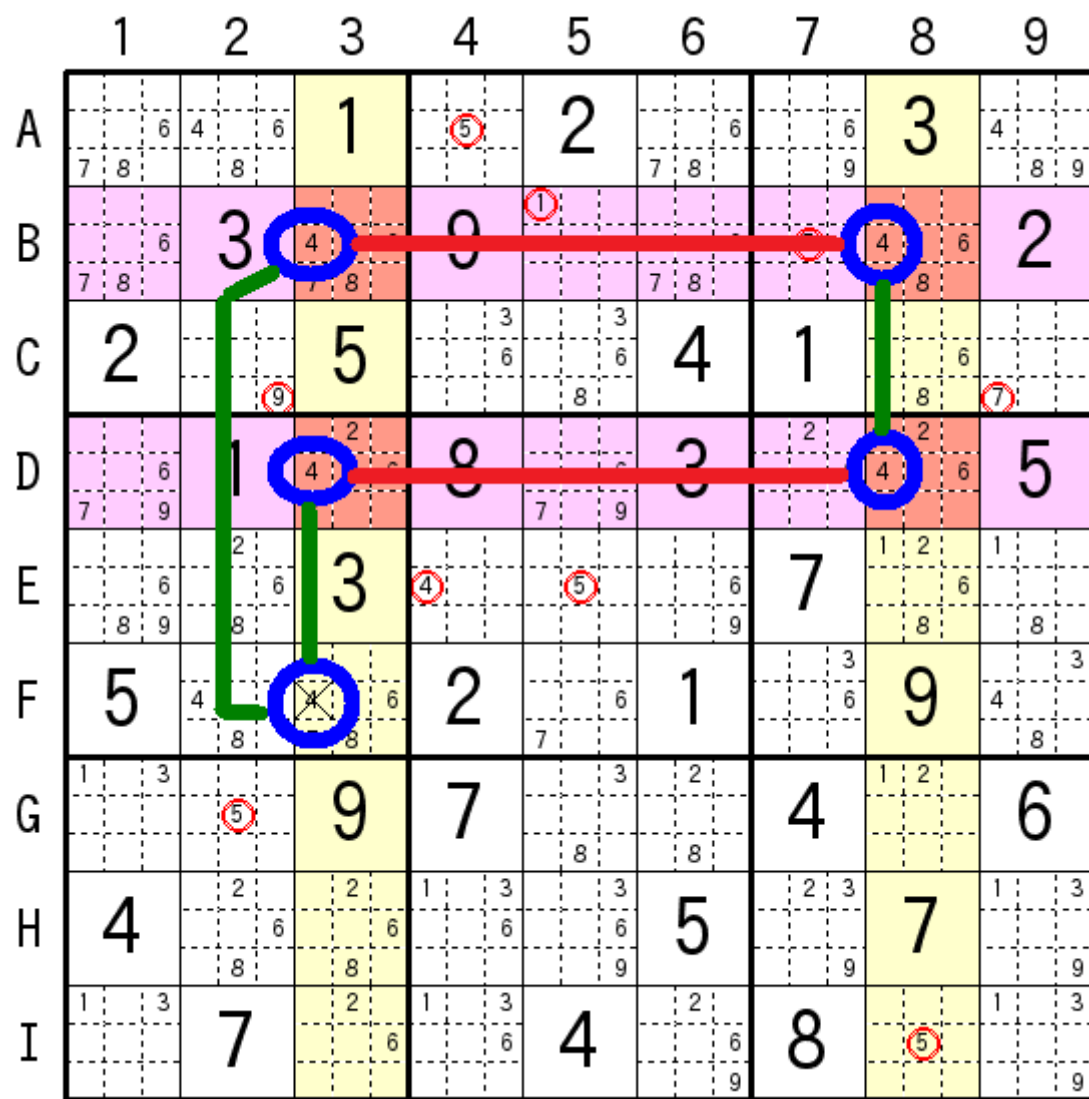
N国同盟

ABオペレーション

チェイン

チェーン

- 強力な方法だが、使うのが難しい高等テクニック。
- 色々なバリエーションがあるが、基本原理は同じ。
- 数学的な原理は背理法。
- 井桁はチェーンの1つとみなすこともできる。



$$F3 = 4$$

$$\Rightarrow D3 \neq 4$$

$$\Rightarrow D8 = 4$$

$$\Rightarrow B8 \neq 4$$

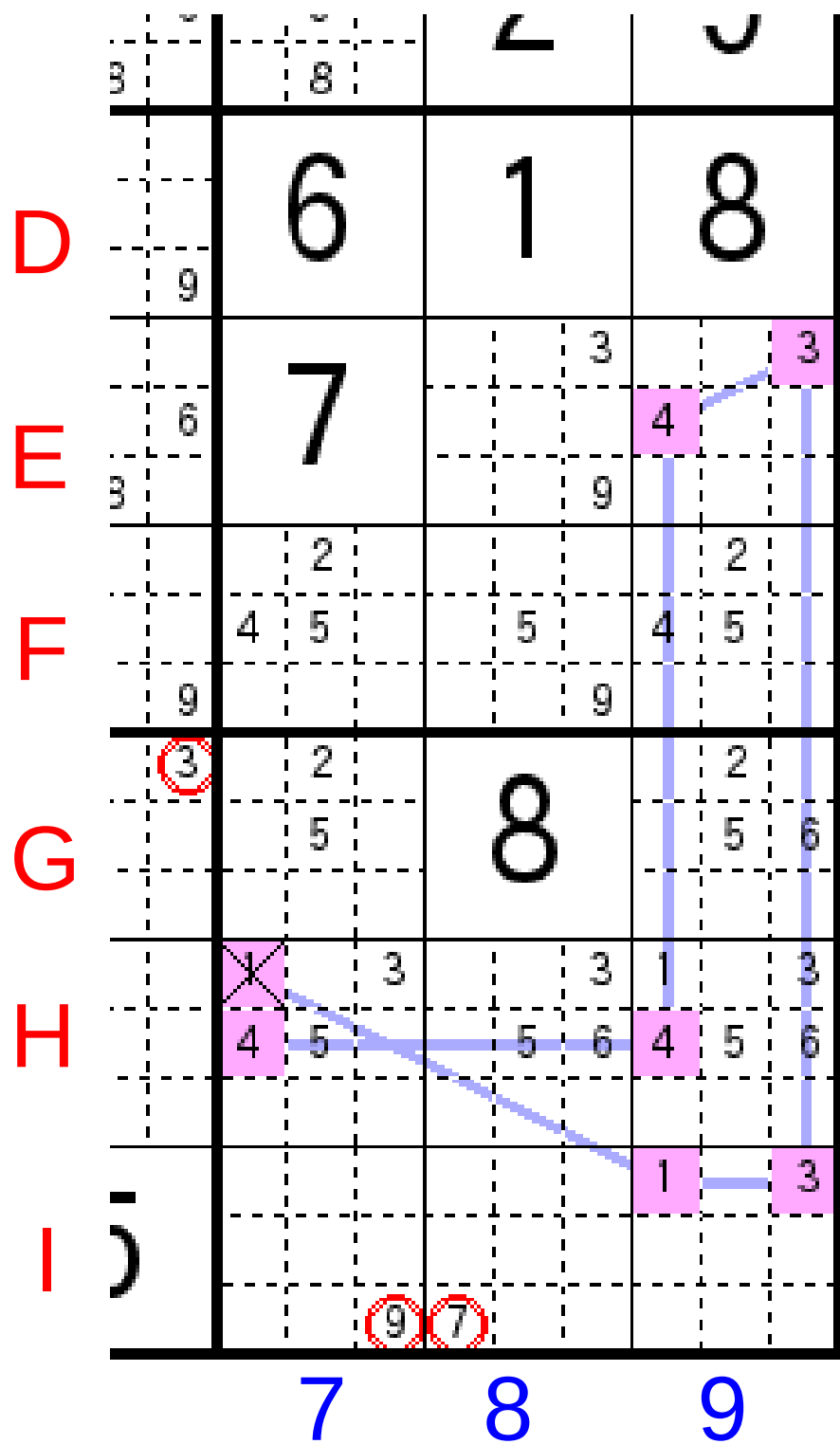
$$\Rightarrow B3 = 4$$

$$\Rightarrow F3 \neq 4$$

矛盾

先ほどの例の一般化(チェーン)

- 数字をつないで奇数回で元に戻る物を探す
- つなぐことができるのは
 - 同じ行にある同じ数字
 - 同じ列にある同じ数字
 - 同じ3x3ブロックにある同じ数字
 - 同じマスにある異なる数字
- 偶数番目、または奇数番目のリンクは同じブロック内に選択肢(同じ数字)が2つのみ⇒強リンク



$H7 = 1 \Rightarrow I9 \neq 1 \Rightarrow I9 = 3$
 $\Rightarrow E9 \neq 3 \Rightarrow E9 = 4$
 $\Rightarrow H9 \neq 4 \Rightarrow H7 = 4$
 $\Rightarrow H7 \neq 1$

よって $H7 \neq 1$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	1			4	5	7	2	9	
B	5	3		1	2				8
C			9	6			5	4	1
D			5	3			9		
E		1			8				2
F	6					4	1		
G	3							1	
H		4	1				3		7
I			7	4			3	4	

$C8 \neq 4 \Rightarrow C5 = 4 \Rightarrow A4 \neq 4 \Rightarrow I4 = 4 \Rightarrow I8 \neq 4 \Rightarrow C8 = 4$

よって $C8 = 4$

ミニボックス付きのチェーン

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	4	7	3	2	5		1	8	2
B	1			2		7		4	3
C	1	2		6	3	4			2
D	9			3	4	2			

Diagram illustrating a chain in a 9x9 grid. The grid is divided into 3x3 mini-boxes. The chain consists of cells containing numbers 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, connected by blue lines. A red box highlights a specific area in the bottom right corner.

なぜ2つのマスをもつてよいのか？

$A8=8 \Rightarrow D8 \neq 8 \Rightarrow D3=8 \Rightarrow C3 \neq 8 \Rightarrow$
 $[C7=8, C8=8] \Rightarrow A8 \neq 8$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	4	7		2	5		1	1	1 2
B		2		2		7	5	4	3
C	1		5	6			5		2
D	9				4		7		

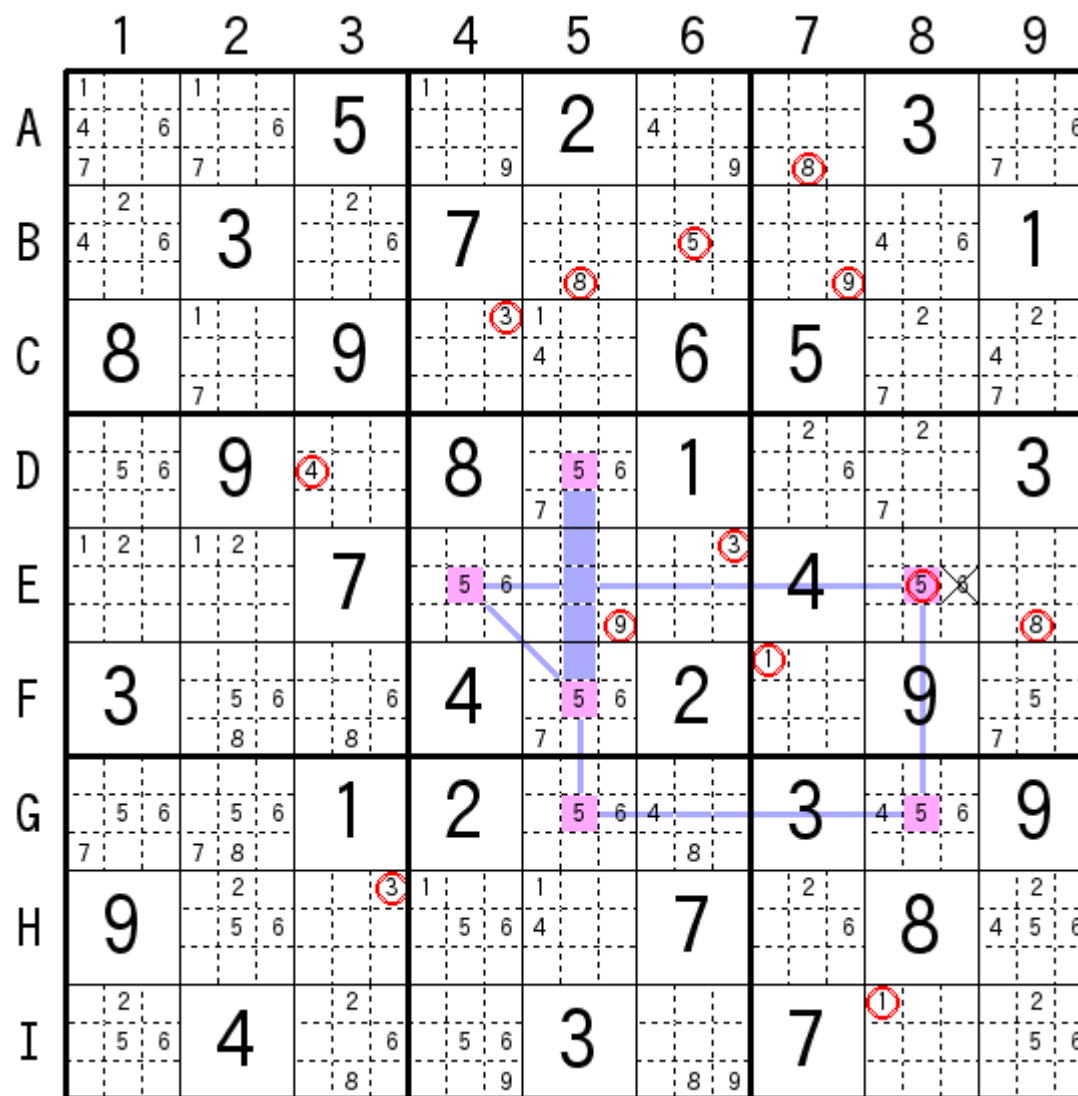
$C3 \neq 8$ という条件の元で
 $C7=8$ または $C8=8$
 のどちらかが成り立つ

$C7=8$ のとき $A8=8 \Rightarrow D8 \neq 8 \Rightarrow D3=8 \Rightarrow C3 \neq 8 \Rightarrow$ いずれ
 $C7=8 \Rightarrow A8 \neq 8$ の場合も

$C8=8$ のとき $A8=8 \Rightarrow D8 \neq 8 \Rightarrow D3=8 \Rightarrow C3 \neq 8 \Rightarrow A8 \neq 8$
 $C8=8 \Rightarrow A8 \neq 8$

$E8 \neq 5 \Rightarrow G8 = 5 \Rightarrow [G5 \neq 5] \Rightarrow [D5 = 5, F5 = 5] \Rightarrow E4 \neq 5$

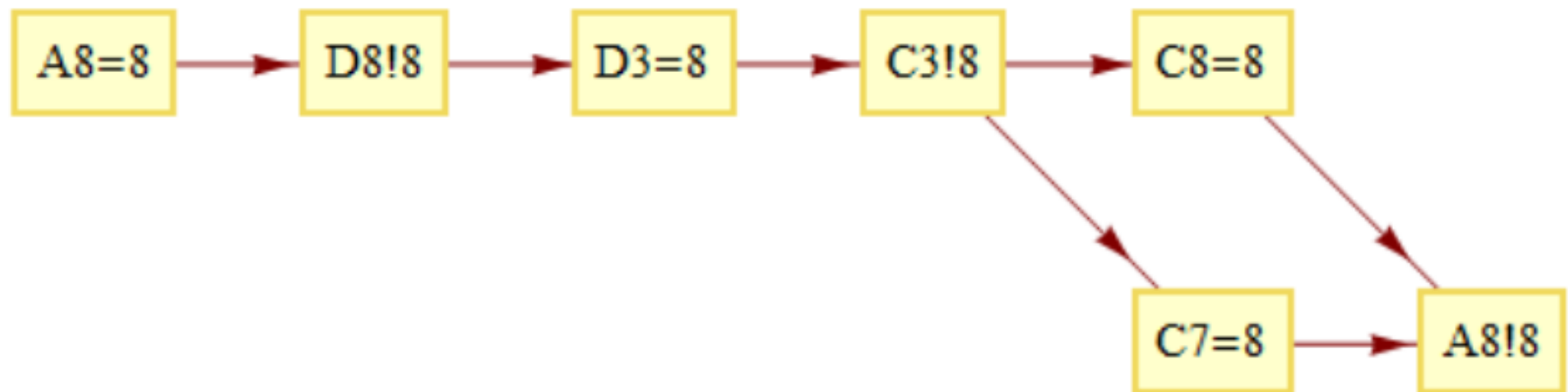
よって $E8 = 5$

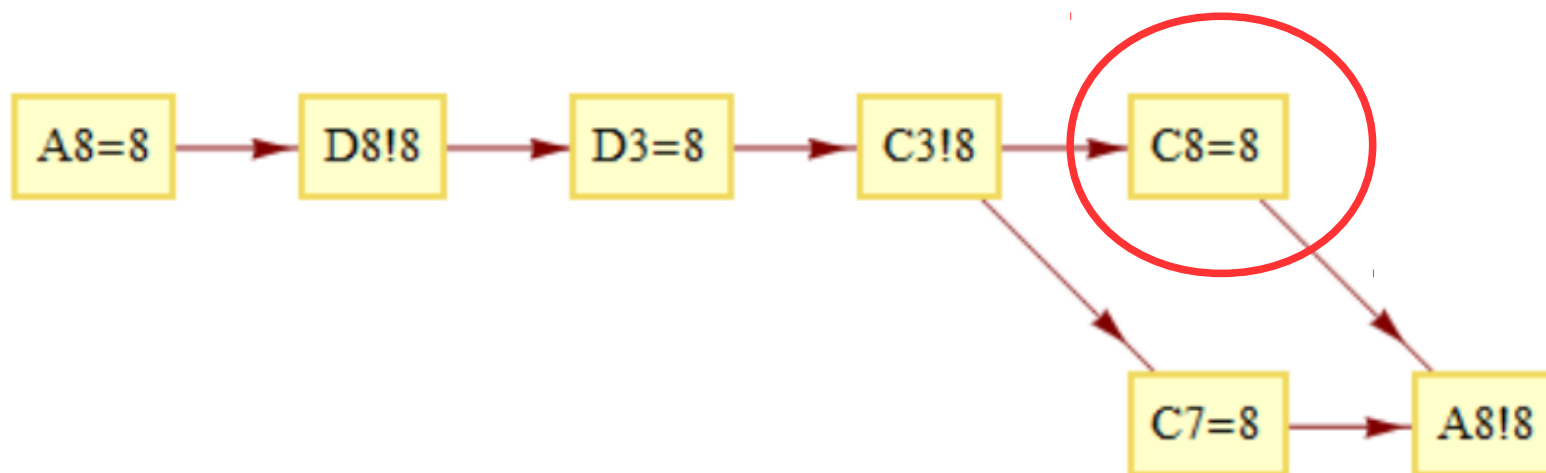


ミニブロック付きチェーンを拡張する

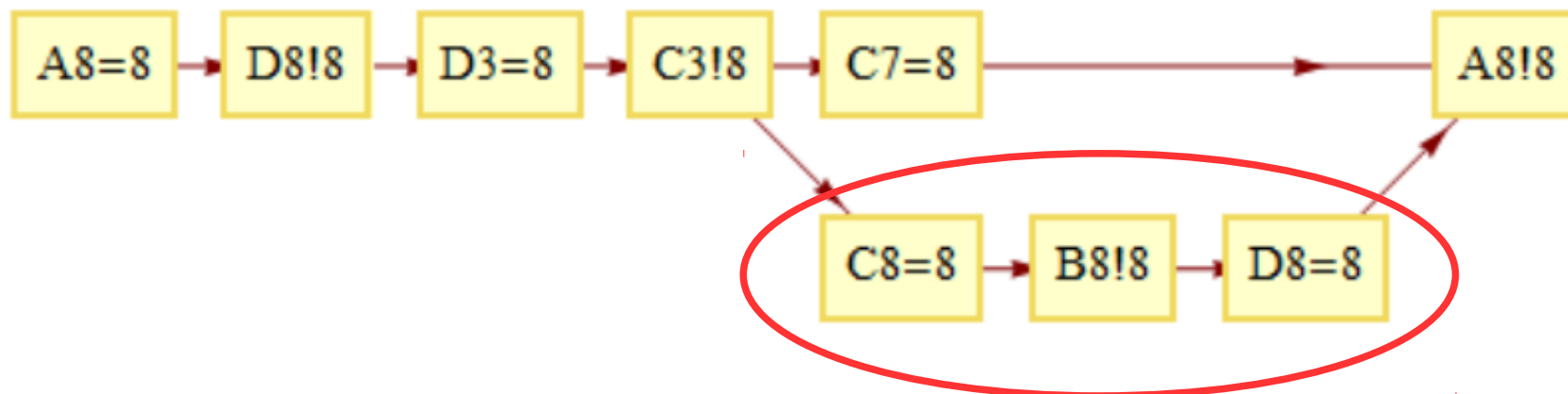
$A8=8 \Rightarrow D8 \neq 8 \Rightarrow D3=8 \Rightarrow C3 \neq 8 \Rightarrow [C7=8, C8=8] \Rightarrow A8 \neq 8$

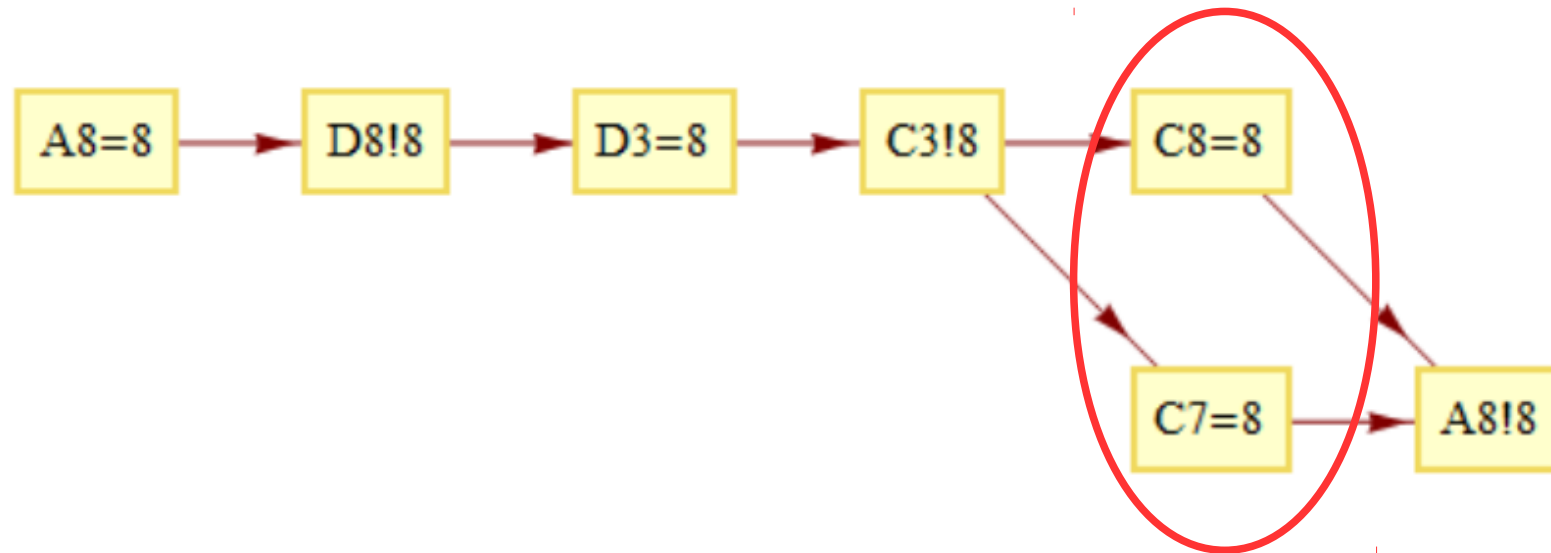
2つをまとめて1つのマスとして扱う



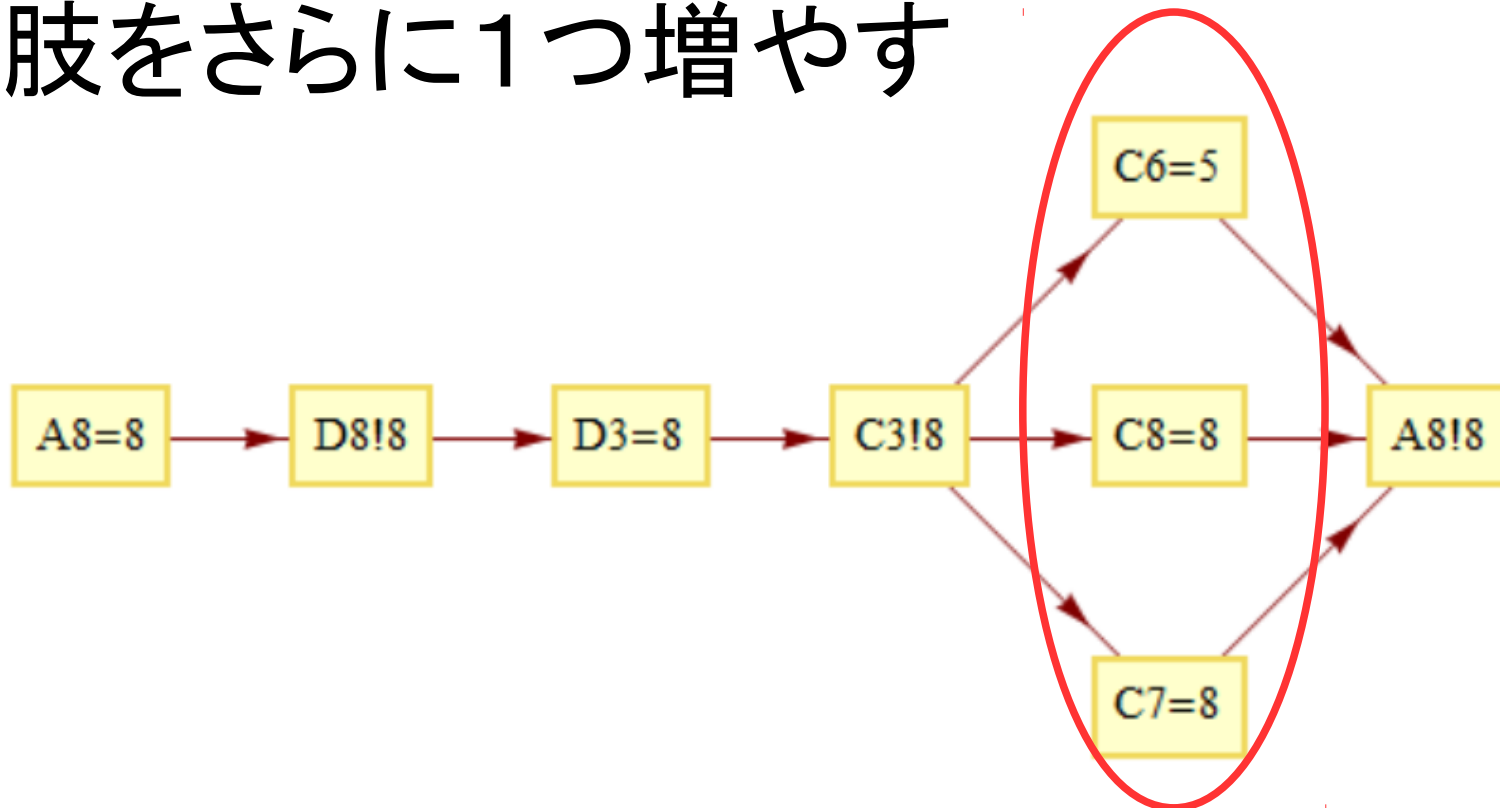


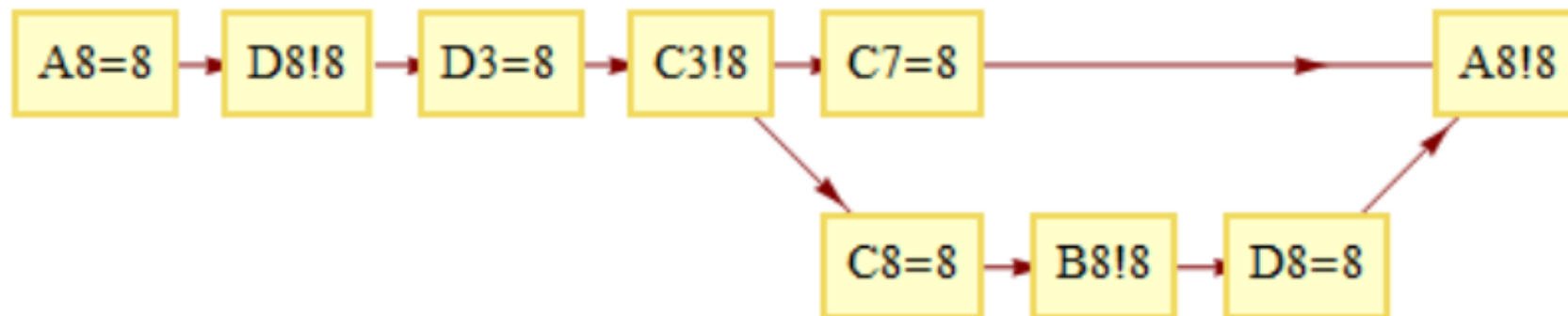
赤で囲まれた部分を下のようにしても良い



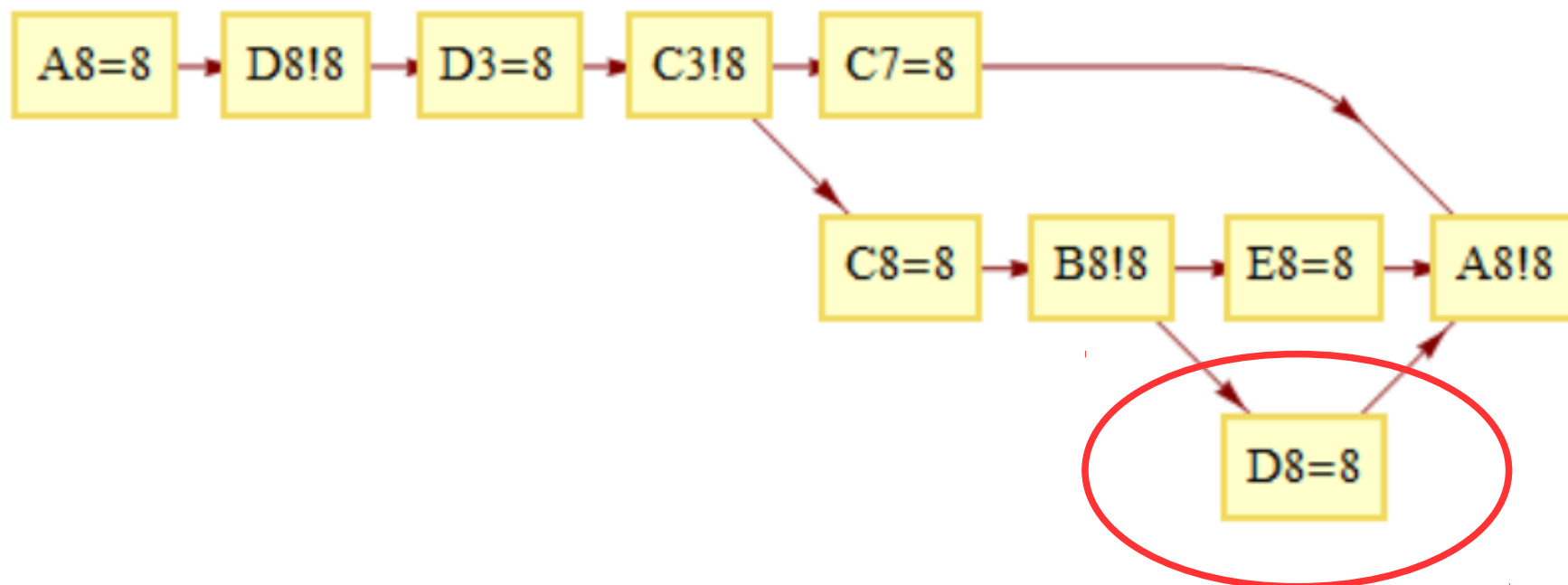


選択肢をさらに1つ増やす

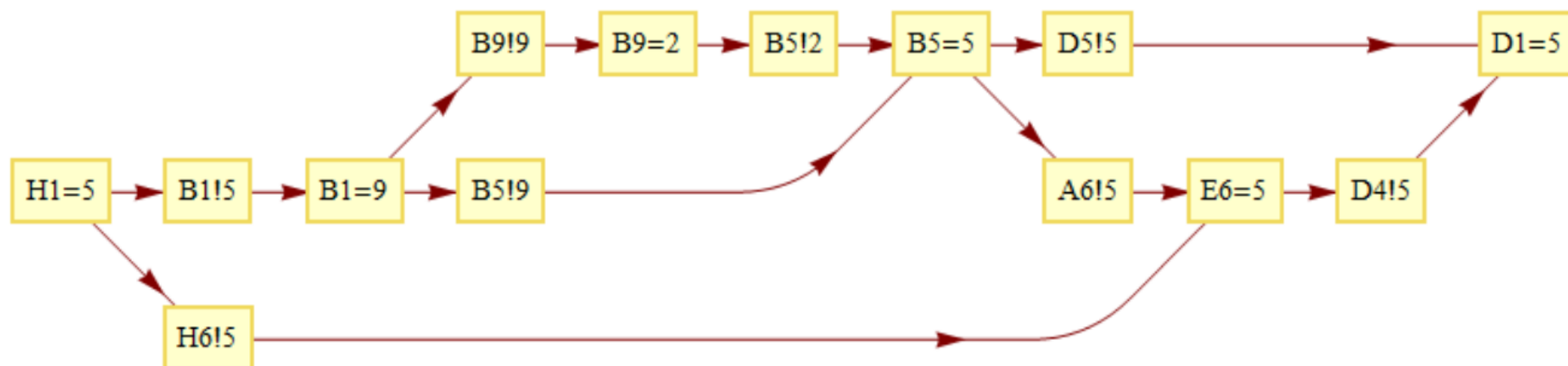




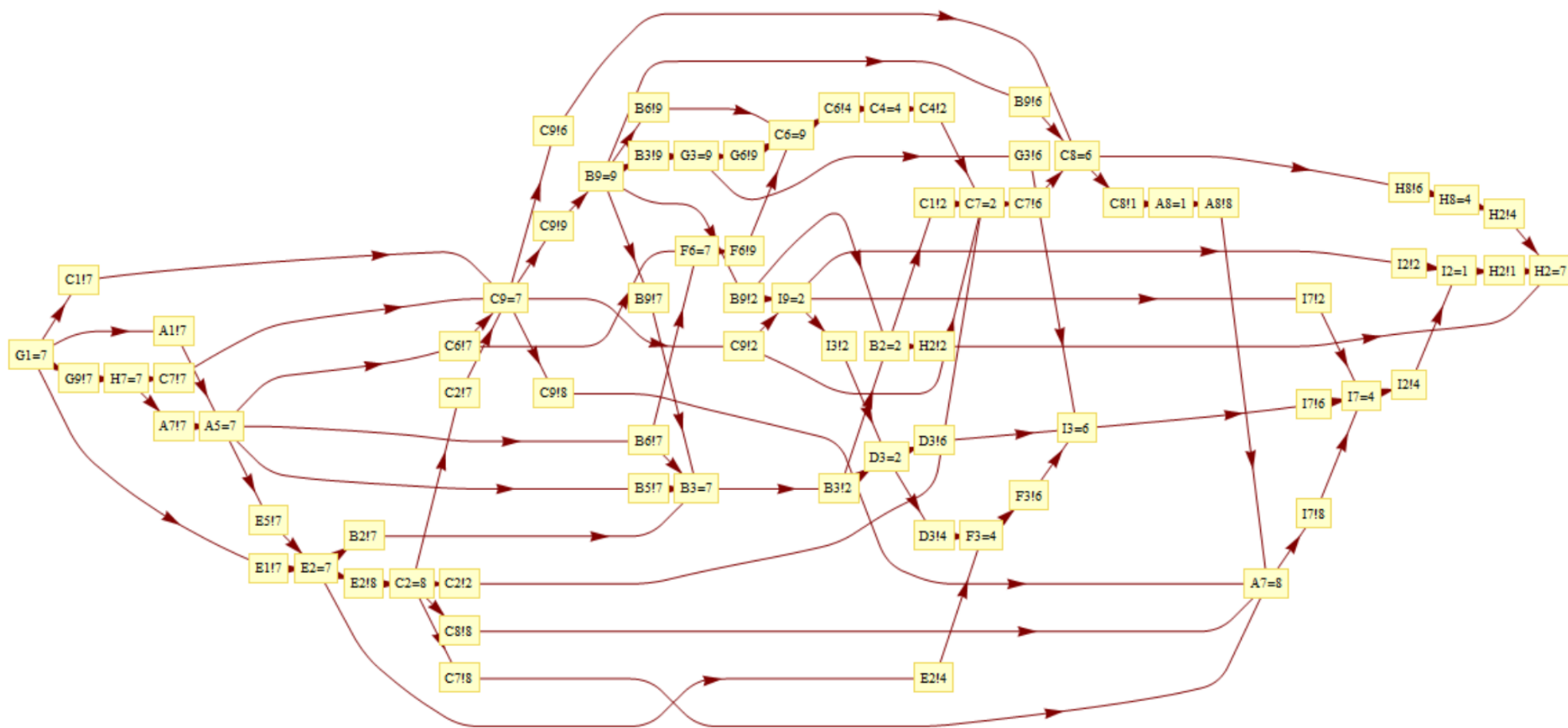
赤色の部分を加える



実際の例1



実際の例2



拡張したチェーンで問題を解いた結果

- 申の問題1000万題は全て解けた。
- 現在、自作の問題で解けない問題を探している。
- ワールドクラスの問題では解けない問題も存在する。
- 現在、解けない問題をいかに解くかについての調査を実施中。

申の問題の作成法について

			2	7				9
		9			3		7	
	1	8				4		
4			1		2		8	
9				6				1
	6		3		4			7
		6				5	1	
	5		6			3		
3				2	8			

			1	9				4
		1			3		5	
	5	4				6		
3			8		9		6	
8				6				3
	1		3		7			5
		8				3	2	
	2		9			7		
7				3	8			

ステップ1

初期ヒントの位置を決める

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \blacksquare & \blacksquare & & & \blacksquare & \blacksquare & & & \blacksquare \\ & & \blacksquare & & & & \blacksquare & & \blacksquare \\ & & \blacksquare & \blacksquare & & & & \blacksquare & \\ \blacksquare & & \blacksquare & & \blacksquare & & \blacksquare & & \blacksquare \\ \blacksquare & & & & & \blacksquare & & & \blacksquare \\ & \blacksquare & & \blacksquare & & \blacksquare & & \blacksquare & \blacksquare \\ & & \blacksquare & & & & \blacksquare & \blacksquare & \\ & \blacksquare & & \blacksquare & & & & \blacksquare & \\ \blacksquare & & & & & \blacksquare & \blacksquare & & \end{pmatrix}$$

ステップ2

答えを一つ作る

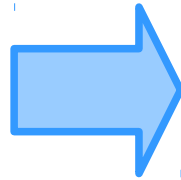
1	9	2	4	3	5	7	8	6
7	8	5	9	2	6	4	1	3
6	4	3	8	7	1	2	5	9
4	5	9	1	8	7	3	6	2
3	6	7	5	9	2	8	4	1
8	2	1	3	6	4	5	9	7
9	7	4	6	5	3	1	2	8
5	3	8	2	1	9	6	7	4
2	1	6	7	4	8	9	3	5

ステップ3

問題と初期ヒントを合わせて問題を作る

1	9	2	4	3	5	7	8	6
7	8	5	9	2	6	4	1	3
6	4	3	8	7	1	2	5	9
4	5	9	1	8	7	3	6	2
3	6	7	5	9	2	8	4	1
8	2	1	3	6	4	5	9	7
9	7	4	6	5	3	1	2	8
5	3	8	2	1	9	6	7	4
2	1	6	7	4	8	9	3	5

0	0	0	1	1	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0	1	0
0	1	1	0	0	0	1	0	0
1	0	0	1	0	1	0	1	0
1	0	0	0	1	0	0	0	1
0	1	0	1	0	1	0	0	1
0	0	1	0	0	0	1	1	0
0	1	0	1	0	0	1	0	0
1	0	0	0	1	1	0	0	0

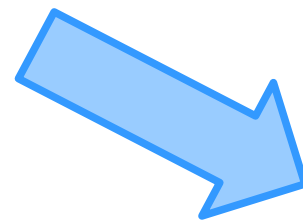
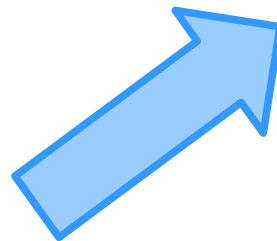


0	0	0	4	3	0	0	0	6
0	0	5	0	0	6	0	1	0
0	4	3	0	0	0	2	0	0
4	0	0	1	0	7	0	6	0
3	0	0	0	9	0	0	0	1
0	2	0	3	0	4	0	0	7
0	0	4	0	0	0	1	2	0
0	3	0	2	0	0	6	0	0
2	0	0	0	4	8	0	0	0

ステップ4

問題を解く

0	0	0	4	3	0	0	0	6
0	0	5	0	0	6	0	1	0
0	4	3	0	0	0	2	0	0
4	0	0	1	0	7	0	6	0
3	0	0	0	9	0	0	0	1
0	2	0	3	0	4	0	0	7
0	0	4	0	0	0	1	2	0
0	3	0	2	0	0	6	0	0
2	0	0	0	4	8	0	0	0



元の答え

1	9	2	4	3	5	7	8	6
7	8	5	9	2	6	4	1	3
6	4	3	8	7	1	2	5	9
4	5	9	1	8	7	3	6	2
3	6	7	5	9	2	8	4	1
8	2	1	3	6	4	5	9	7
9	7	4	6	5	3	1	2	8
5	3	8	2	1	9	6	7	4
2	1	6	7	4	8	9	3	5

別の答え

1	7	2	4	3	5	8	9	6
8	9	5	7	2	6	4	1	3
6	4	3	9	8	1	2	7	5
4	8	9	1	5	7	3	6	2
3	6	7	8	9	2	5	4	1
5	2	1	3	6	4	9	8	7
9	5	4	6	7	3	1	2	8
7	3	8	2	1	9	6	5	4
2	1	6	5	4	8	7	3	9

ステップ5

答えが2つ以上出てきたら、もう一度ステップ2
からやり直す

ステップ2

答えを一つ作る

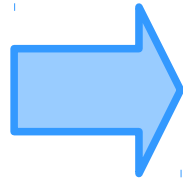
5	3	4	2	7	1	8	6	9
6	2	9	8	4	3	1	7	5
7	1	8	9	5	6	4	3	2
4	7	5	1	9	2	6	8	3
9	8	3	7	6	5	2	4	1
1	6	2	3	8	4	9	5	7
2	9	6	4	3	7	5	1	8
8	5	7	6	1	9	3	2	4
3	4	1	5	2	8	7	9	6

ステップ3

問題と初期ヒントを合わせて問題を作る

$$\begin{pmatrix} 5 & 3 & 4 & 2 & 7 & 1 & 8 & 6 & 9 \\ 6 & 2 & 9 & 8 & 4 & 3 & 1 & 7 & 5 \\ 7 & 1 & 8 & 9 & 5 & 6 & 4 & 3 & 2 \\ 4 & 7 & 5 & 1 & 9 & 2 & 6 & 8 & 3 \\ 9 & 8 & 3 & 7 & 6 & 5 & 2 & 4 & 1 \\ 1 & 6 & 2 & 3 & 8 & 4 & 9 & 5 & 7 \\ 2 & 9 & 6 & 4 & 3 & 7 & 5 & 1 & 8 \\ 8 & 5 & 7 & 6 & 1 & 9 & 3 & 2 & 4 \\ 3 & 4 & 1 & 5 & 2 & 8 & 7 & 9 & 6 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$



$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 2 & 7 & 0 & 0 & 0 & 9 \\ 0 & 0 & 9 & 0 & 0 & 3 & 0 & 7 & 0 \\ 0 & 1 & 8 & 0 & 0 & 0 & 4 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 1 & 0 & 2 & 0 & 8 & 0 \\ 9 & 0 & 0 & 0 & 6 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 6 & 0 & 3 & 0 & 4 & 0 & 0 & 7 \\ 0 & 0 & 6 & 0 & 0 & 0 & 5 & 1 & 0 \\ 0 & 5 & 0 & 6 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 0 & 2 & 8 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

ステップ4

問題を解く

答えは1つ

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 2 & 7 & 0 & 0 & 0 & 9 \\ 0 & 0 & 9 & 0 & 0 & 3 & 0 & 7 & 0 \\ 0 & 1 & 8 & 0 & 0 & 0 & 4 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 1 & 0 & 2 & 0 & 8 & 0 \\ 9 & 0 & 0 & 0 & 6 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 6 & 0 & 3 & 0 & 4 & 0 & 0 & 7 \\ 0 & 0 & 6 & 0 & 0 & 0 & 5 & 1 & 0 \\ 0 & 5 & 0 & 6 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 0 & 2 & 8 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$



$$\begin{pmatrix} 5 & 3 & 4 & 2 & 7 & 1 & 8 & 6 & 9 \\ 6 & 2 & 9 & 8 & 4 & 3 & 1 & 7 & 5 \\ 7 & 1 & 8 & 9 & 5 & 6 & 4 & 3 & 2 \\ 4 & 7 & 5 & 1 & 9 & 2 & 6 & 8 & 3 \\ 9 & 8 & 3 & 7 & 6 & 5 & 2 & 4 & 1 \\ 1 & 6 & 2 & 3 & 8 & 4 & 9 & 5 & 7 \\ 2 & 9 & 6 & 4 & 3 & 7 & 5 & 1 & 8 \\ 8 & 5 & 7 & 6 & 1 & 9 & 3 & 2 & 4 \\ 3 & 4 & 1 & 5 & 2 & 8 & 7 & 9 & 6 \end{pmatrix}$$

ステップ5

答えが1つだけだったので、問題完成

問題

0	0	0	2	7	0	0	0	9
0	0	9	0	0	3	0	7	0
0	1	8	0	0	0	4	0	0
4	0	0	1	0	2	0	8	0
9	0	0	0	6	0	0	0	1
0	6	0	3	0	4	0	0	7
0	0	6	0	0	0	5	1	0
0	5	0	6	0	0	3	0	0
3	0	0	0	2	8	0	0	0

解答

5	3	4	2	7	1	8	6	9
6	2	9	8	4	3	1	7	5
7	1	8	9	5	6	4	3	2
4	7	5	1	9	2	6	8	3
9	8	3	7	6	5	2	4	1
1	6	2	3	8	4	9	5	7
2	9	6	4	3	7	5	1	8
8	5	7	6	1	9	3	2	4
3	4	1	5	2	8	7	9	6

申の問題作成の手順

- ステップ1 初期ヒントの位置を決める。
- ステップ2 答えを一つ作る。
- ステップ3 初期ヒントと答えから問題を作成する。
- ステップ4 問題を解いて、答えを計算する。
- ステップ5 ステップ4で計算した答えが2つ以上の場合はステップ2へ戻ってやり直し。
答えが1つの場合は問題完成。

計算機による問題作成法の特徴

- 問題が大量にできる。
- 問題の難易度を指定することができない(どんな問題ができるか、できてみるまで分からない)。
- 問題を大量に作成し、その問題を解いてレベルを判定し、レベル別に分ける。
- レベルによっては大量に問題ができるレベルと、全く問題ができないレベルがある。

ランダムに生成した申の問題のレベル分布

レベル	個数	割合	割合(集積)	テクニック
1	956577	9.57%	9.57%	1国同盟
2	7383531	73.84%	83.40%	8国同盟
3	442741	4.43%	87.83%	3x3AB
4	85518	0.86%	88.68%	2国同盟
5	21776	0.22%	88.90%	7国同盟
6	14900	0.15%	89.05%	2井桁AB
7	2640	0.03%	89.08%	3国同盟
8	0	0.00%	89.08%	6国同盟
9	2510	0.03%	89.10%	3井桁AB
10	0	0.00%	89.10%	4国同盟
11	0	0.00%	89.10%	5国同盟
12	64	0.00%	89.10%	4井桁AB
13-14	1081706	10.82%	99.92%	チェーン
15	8037	0.08%	100.00%	ランダムチョイス
合計	10000000	100%	100%	

→ 拡張チェーン

申以外の問題作成

- ステップ1 初期ヒントの位置を決める。
- ステップ2 答えを一つ作る。
- ステップ3 初期ヒントと答えから問題を作成する。
- ステップ4 問題を解いて、答えを計算する。
- ステップ5 ステップ4で計算した答えが2つ以上の場合はステップ2へ戻ってやり直し。
答えが1つの場合は問題完成。

ステップ1

初期ヒントの位置を決める

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

ステップ2～5

問題を作る

$$\begin{pmatrix} 1 & 7 & 0 & 4 & 3 & 0 & 0 & 8 & 6 \\ 0 & 0 & 5 & 0 & 0 & 6 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & 3 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 1 & 0 & 7 & 0 & 6 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 0 & 9 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 3 & 0 & 4 & 0 & 0 & 7 \\ 0 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 2 & 0 & 0 & 6 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 0 & 4 & 8 & 0 & 3 & 9 \end{pmatrix}$$

問題の精錬

答え1つ

1	7	0	4	3	0	0	8	6
0	0	5	0	0	6	0	1	0
0	4	3	0	0	0	2	0	0
4	0	0	1	0	7	0	6	0
3	0	0	0	9	0	0	0	1
0	2	0	3	0	4	0	0	7
0	0	4	0	0	0	1	2	0
0	3	0	2	0	0	6	0	0
2	1	0	0	4	8	0	3	9

答え1つ

1	7	0	4	0	0	0	8	6
0	0	5	0	0	6	0	1	0
0	4	3	0	0	0	2	0	0
4	0	0	1	0	7	0	6	0
3	0	0	0	9	0	0	0	1
0	2	0	3	0	4	0	0	7
0	0	4	0	0	0	1	2	0
0	3	0	2	0	0	6	0	0
2	1	0	0	0	8	0	3	9

問題の精錬

答え1つ

1	7	0	4	3	0	0	8	6
0	0	5	0	0	6	0	1	0
0	4	3	0	0	0	2	0	0
4	0	0	1	0	7	0	6	0
3	0	0	0	9	0	0	0	1
0	2	0	3	0	4	0	0	7
0	0	4	0	0	0	1	2	0
0	3	0	2	0	0	6	0	0
2	1	0	0	4	8	0	3	9

答え1つ

1	7	0	4	0	0	0	8	6
0	0	0	0	0	6	0	0	0
0	4	3	0	0	0	2	0	0
4	0	0	1	0	7	0	6	0
3	0	0	0	9	0	0	0	1
0	2	0	3	0	4	0	0	7
0	0	4	0	0	0	1	2	0
0	0	0	2	0	0	0	0	0
2	1	0	0	0	8	0	3	9

申以外の問題作成

- ステップ1 初期ヒントの位置を決める。
- ステップ2 答えを一つ作る。
- ステップ3 初期ヒントと答えから問題を作成する。
- ステップ4 問題を解いて、答えを計算する。
- ステップ5 ステップ4で計算した答えが2つ以上
の場合はステップ2へ戻ってやり直し。
答えが1つの場合はステップ6へ。
- ステップ6 ヒントのうち、除いても答えが1つである
ものを除く。

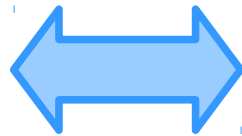
計算機を使った問題作成について

- 問題作成はすぐにできるが、その問題のレベルを判定するには問題を解く必要があり、そこに時間がかかる。
- ヒントの数が少ない問題（非対称で最小は17、対称で最小は18）を作るのは難しい。そういった問題を作るには別のアルゴリズムが必要。
- 計算機なしで問題を作るのも、それほど困難ではない。
- 計算機を使って作られている問題は多い（おそらく書店で売られている問題集のほとんど）。

N国同盟と井桁ABオペレーションの関係

プロジェクション

2国同盟



2井桁ABオペレーション

プロジェクトン

A,B,C,D,E,F,G,H,I を 1,2,3,4,5,6,7,8,9 と考える。

(A=1, B=2, C=3, D=4, E=5, F=6, G=7, H=8, I=9)

$(A2 = 3) \Rightarrow (1,2,3) \Rightarrow (2,3,1) \Rightarrow (B3=1)$

$(B1 = 7) \Rightarrow (2,1,7) \Rightarrow (1,7,2) \Rightarrow (A7=2)$

$(C5 = 2) \Rightarrow (3,5,2) \Rightarrow (5,2,3) \Rightarrow (E2=3)$

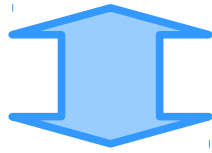


プロジェクトン

2国同盟

$A4=\{2,4\}$, $A6=\{2,4\}$ ならば

$2,4 \notin A1, A2, A3, A5, A7, A8, A9$

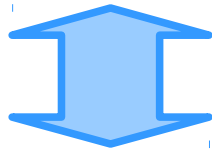


$1,3,5,6,7,8,9 \notin A4, A6$ ならば

$2,4 \notin A1, A2, A3, A5, A7, A8, A9$

$1, 3, 5, 6, 7, 8, 9 \notin A_4, A_6$ ならば

$2, 4 \notin A_1, A_2, A_3, A_5, A_7, A_8, A_9$



$!(1, 4, 1), !(1, 4, 3), !(1, 4, 5), !(1, 4, 6), !(1, 4, 7), !(1, 4, 8), !(1, 4, 9)$

$!(1, 6, 1), !(1, 6, 3), !(1, 6, 5), !(1, 6, 6), !(1, 6, 7), !(1, 6, 8), !(1, 6, 9)$

ならば

$!(1, 1, 2), !(1, 2, 2), !(1, 3, 2), !(1, 5, 2), !(1, 7, 2), !(1, 8, 2), !(1, 9, 2)$

$!(1, 1, 4), !(1, 2, 4), !(1, 3, 4), !(1, 5, 4), !(1, 7, 4), !(1, 8, 4), !(1, 9, 4)$

!(1,4,1),!(1,4,3),!(1,4,5),!(1,4,6),!(1,4,7),!(1,4,8),!(1,4,9)

!(1,6,1),!(1,6,3),!(1,6,5),!(1,6,6),!(1,6,7),!(1,6,8),!(1,6,9)

ならば

!(1,1,2),!(1,2,2),!(1,3,2),!(1,5,2),!(1,7,2),!(1,8,2),!(1,9,2)

!(1,1,4),!(1,2,4),!(1,3,4),!(1,5,4),!(1,7,4),!(1,8,4),!(1,9,4)

!(4,1,1),!(4,3,1),!(4,5,1),!(4,6,1),!(4,7,1),!(4,8,1),!(4,9,1)

!(6,1,1),!(6,3,1),!(6,5,1),!(6,6,1),!(6,7,1),!(6,8,1),!(6,9,1)

ならば

!(1,2,1),!(2,2,1),!(3,2,1),!(5,2,1),!(7,2,1),!(8,2,1),!(9,2,1)

!(1,4,1),!(2,4,1),!(3,4,1),!(5,4,1),!(7,4,1),!(8,4,1),!(9,4,1)

!(4,1,1),!(4,3,1),!(4,5,1),!(4,6,1),!(4,7,1),!(4,8,1),!(4,9,1)
!(6,1,1),!(6,3,1),!(6,5,1),!(6,6,1),!(6,7,1),!(6,8,1),!(6,9,1)

ならば

!(1,2,1),!(2,2,1),!(3,2,1),!(5,2,1),!(7,2,1),!(8,2,1),!(9,2,1)
!(1,4,1),!(2,4,1),!(3,4,1),!(5,4,1),!(7,4,1),!(8,4,1),!(9,4,1)

ピンクのところに1がないならば、黄色の所にも1はない

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1									
2									
3									
4									
5									
6									
7									
8									
9									



井桁ABオペレーション

示したこと

プロジェクション

2国同盟  2井桁ABオペレーション

同様にして

プロジェクション

2国同盟  2井桁ABオペレーション

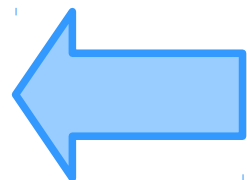
プロジェクションの活用

- 2国同盟は高速に計算可能
- 2井桁ABオペレーションは計算が遅い
- 2井桁ABオペレーションの計算をプロジェクションを用いて2国同盟の計算で置き換えて、計算を高速化

プロジェクションの活用

プロジェクション

2国同盟
(計算前)



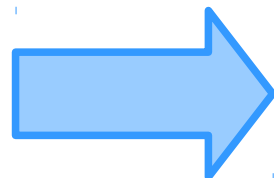
2井桁ABオペレーション(計算前)



2国同盟計算(高速計算)

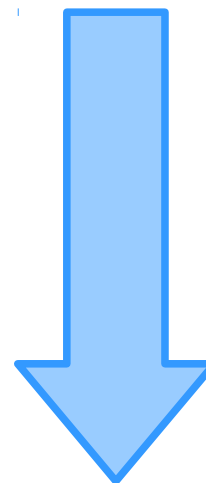


2国同盟
(計算後)



プロジェクション

2井桁ABオペレーション(計算後)



直接だが遅い
計算ルート

プロジェクションの活用

- 3井桁、4井桁ABオペレーションの計算も3国同盟、4国同盟の計算で置き換えることができる。
- 実際の「チューター」で用いている。
- 計算スピードの向上にかなり貢献

まとめ

- これまで学んだことの振り返り
- 計算機を用いた問題作成法の紹介（あくまで方法の1つ）
- N国同盟と井桁ABオペレーションの関係の紹介