

# 前回のまとめ

- 集合論の基礎

N国同盟

ABオペレーション

チェイン

それ以上

⇒ニコリの問題が解ける

⇒ 国内のサンプルの最高難度の問題集が解ける  
(ほとんど人手では無理)

⇒ワールドクラス  
ランダムチョイス(仮置き)を  
使えば100%解ける

- 1, 8国同盟を重点的に説明

# 先週の復習

- この講座で学ぶ解法テクニックでは  
「答えとなる数字を直接選ぶのではなく、候補の数字を削っていく」

koemon worksheet

図1

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A		5				6			9
B		9			8	2	4		
C			8	1					
D	2				4			9	
E	4								8
F		7			3				6
G						3	8		
H			7	9	2			1	
I	3			8				6	



koemon worksheet

図2

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	1 2 3 4 5 6 7 8 9	5	1 2 3 4 5 6 7 8 9	1 2 3 4 5 6 7 8 9	1 2 3 4 5 6 7 8 9	6	1 2 3 4 5 6 7 8 9	1 2 3 4 5 6 7 8 9	9
B	1 2 3 4 5 6 7 8 9	9	1 2 3 4 5 6 7 8 9	1 2 3 4 5 6 7 8 9	8	2	4	1 2 3 4 5 6 7 8 9	1 2 3 4 5 6 7 8 9
C	1 2 3 4 5 6 7 8 9	1 2 3 4 5 6 7 8 9	8	1	1 2 3 4 5 6 7 8 9	1 2 3 4 5 6 7 8 9	1 2 3 4 5 6 7 8 9	1 2 3 4 5 6 7 8 9	1 2 3 4 5 6 7 8 9
D	2	1 2 3 4 5 6 7 8 9	1 2 3 4 5 6 7 8 9	1 2 3 4 5 6 7 8 9	4	1 2 3 4 5 6 7 8 9	1 2 3 4 5 6 7 8 9	9	1 2 3 4 5 6 7 8 9
E	4	1 2 3 4 5 6 7 8 9	1 2 3 4 5 6 7 8 9	1 2 3 4 5 6 7 8 9	1 2 3 4 5 6 7 8 9	1 2 3 4 5 6 7 8 9	1 2 3 4 5 6 7 8 9	1 2 3 4 5 6 7 8 9	8
F	1 2 3 4 5 6 7 8 9	7	1 2 3 4 5 6 7 8 9	1 2 3 4 5 6 7 8 9	3	1 2 3 4 5 6 7 8 9	1 2 3 4 5 6 7 8 9	1 2 3 4 5 6 7 8 9	6
G	1 2 3 4 5 6 7 8 9	1 2 3 4 5 6 7 8 9	1 2 3 4 5 6 7 8 9	1 2 3 4 5 6 7 8 9	1 2 3 4 5 6 7 8 9	3	8	1 2 3 4 5 6 7 8 9	1 2 3 4 5 6 7 8 9
H	1 2 3 4 5 6 7 8 9	1 2 3 4 5 6 7 8 9	7	9	2	1 2 3 4 5 6 7 8 9	1 2 3 4 5 6 7 8 9	1	1 2 3 4 5 6 7 8 9
I	3	1 2 3 4 5 6 7 8 9	1 2 3 4 5 6 7 8 9	8	1 2 3 4 5 6 7 8 9	1 2 3 4 5 6 7 8 9	1 2 3 4 5 6 7 8 9	6	1 2 3 4 5 6 7 8 9

# N国同盟

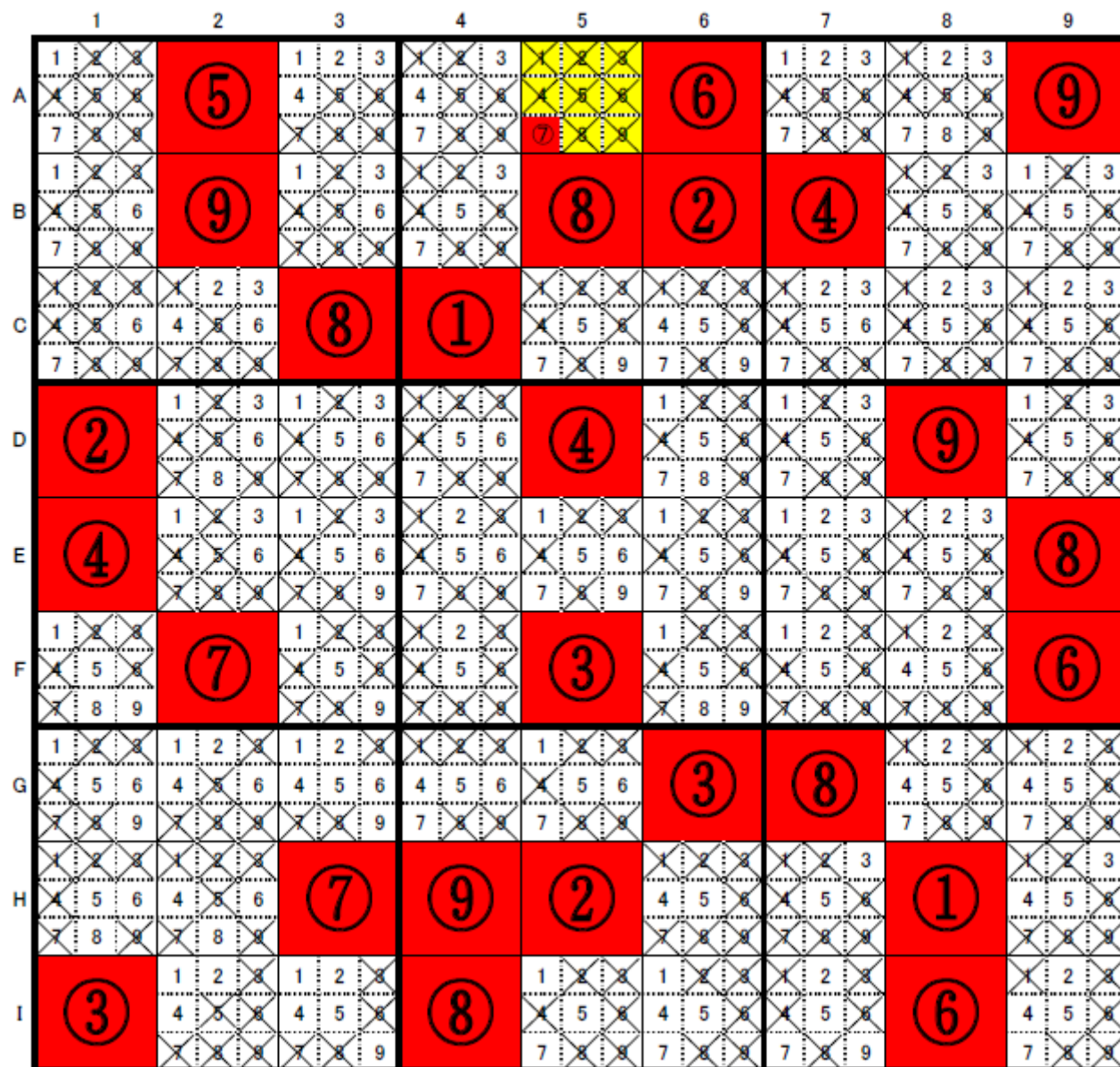
- 1国同盟(一番初めに適用すべき基本テクニック)

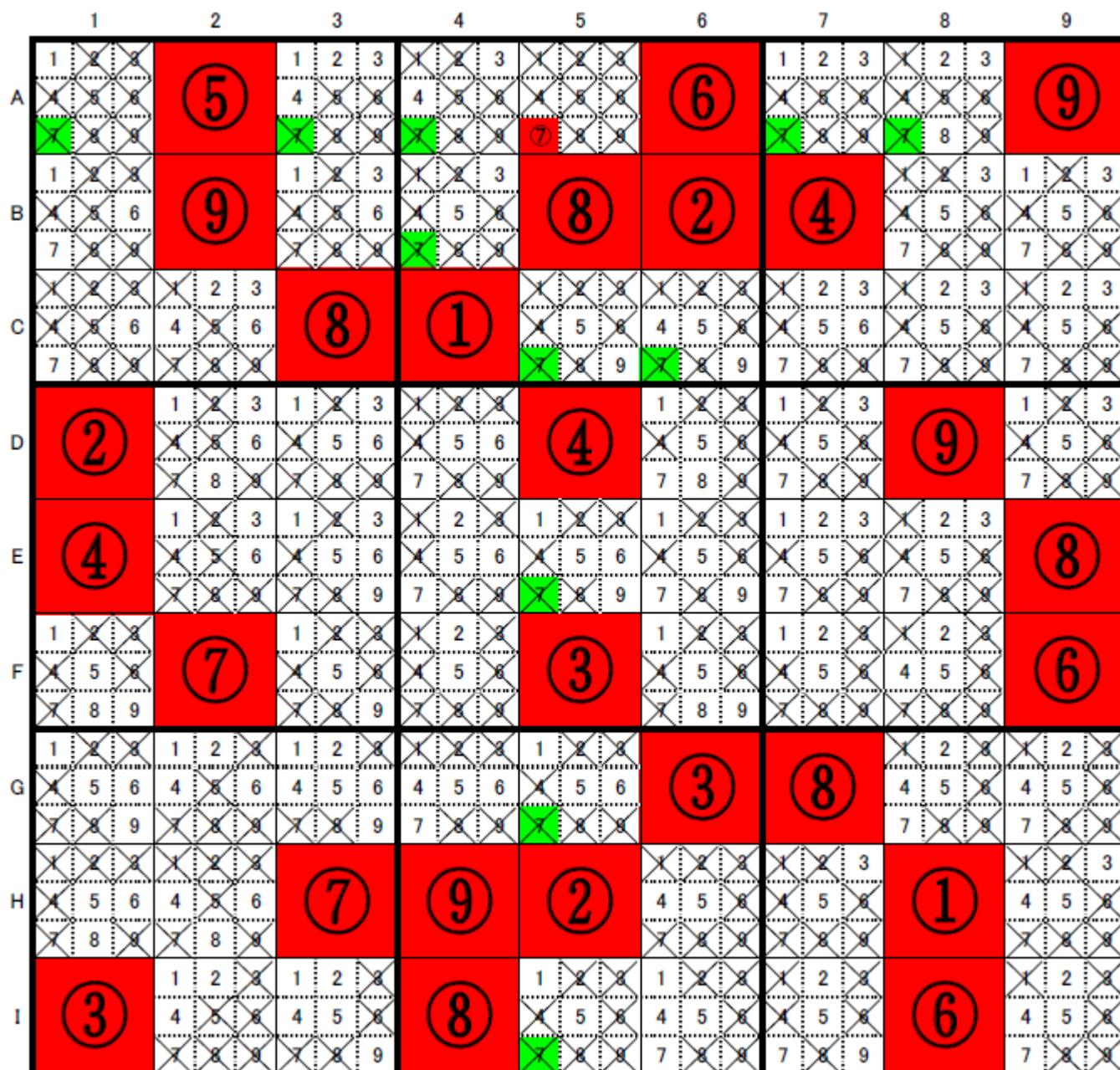
$X_1, X_2, X_3, \dots, X_9$  を行、列、または  $3 \times 3$  ブロックの9つのマスとする。このとき、 $X_p = \{k\}$  ならば  $p$  以外の数字  $j$  に対して

$$k \notin X_j$$

# 1 国同盟を使った解法手順

- 初期配置のある数字を使った1 国同盟で候補の数字を消していく。
- まだ数字の決まっていないマスの中で1つしか数字が残っていないマスを探し、そのマスの数字を決める(数字を色ペンで囲む)。
- 上の手順で決まった数字を使った1 国同盟で候補の数字を消していく。
- 以下、上の手順の繰り返し





# N国同盟

- 8国同盟

$X_1, X_2, X_3, \dots, X_9$  を行ブロック、列ブロックまたは  $3 \times 3$  ブロックの9つのマスとするとき、 $X_1, \dots, X_9$  の中で  $k$  を含むマスが1つしか無いならば、そのマスは  $k$  しか含まない。



A行の 8 を見る⇒

$8 \in A8$  なので8国同盟が使える

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	<div>①</div>	<div>5</div>	<div>8</div>	<div>8</div>	<div>7</div>	<div>6</div>	<div>8</div>	<div>8</div>	<div>9</div>
B	<div>9</div>	<div>9</div>	<div>8</div>	<div>8</div>	<div>8</div>	<div>2</div>	<div>4</div>	<div>8</div>	<div>8</div>
C	<div>8</div>	<div>1</div>	<div>8</div>	<div>8</div>	<div>8</div>	<div>8</div>	<div>8</div>	<div>8</div>	<div>8</div>

$A8 = \{ 8 \} \Rightarrow 2, 3 \in A8$  を削除できる



# 例題

6				1	
			6	3	
3		2			
			3		1
	2	4			
	3				4

# N国同盟

- 1, 8国同盟の一般化
- $N=2,3,4,5,6,7$  について説明

# 2国同盟

A

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	2	2 3	5	2 3	4	2 3	2 3	1	2
	6	6							6
	8 9	7 8					8 9		8 9
	1 2		1 3		2 3	3	1 2	1 3	

$A4=\{2,3\}$ ,  $A6=\{2,3\}$  ならば

$2,3 \notin A1, A2, A3, A5, A7, A8, A9$

⇒ 一般化

$A4=\{k,m\}$ ,  $A6=\{k,m\}$  ならば

$k,m \notin A1, A2, A3, A5, A7, A8, A9$

$A_4=\{k,m\}$ ,  $A_6=\{k,m\}$  ならば

$k,m \notin A_1, A_2, A_3, A_5, A_7, A_8, A_9$

⇒ 一般化

$X_1, X_2, X_3, \dots, X_9$  を行ブロックの9つのマスとする  
とき、 $X_p=\{k,m\}$ ,  $X_q=\{k,m\}$  ならば  $p,q$  以外の数  
字  $j$  に対して

$k,m \notin X_j$

行ブロックのみでなく、列ブロック、3x3ブロック  
についても同様

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	2	2 3	5	2 3	4	2 3	2 3	1	2
	6	6					8 9		8 9
B	1 2	9	1 3	5	1 2 3	1 3	2		7
	4 6		4 6			6	4	5	
	7 8 9		7 8		8	8	8	8	
C	3	1 2	2			7	6	2 3	3
		5 6							5
	7 8 9			8 9	8 9		4	8	8

# 2国同盟の演習問題(1)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	2 3	3	2 3	8	2 3	1	2	4	5
B	1 2 3	3	2 3	2	7	5	9	1 3	2
C	1 2 3	6	2 3	2	2 3	9	2	1 3	8
D	2	5	1	3	2	2	7		
E	2 3	3	2 3	1 2	5		1 3		1 3
F	3	4	3	1		8	5	2	1 3
G	9	1	3	5	2	2	2 3	6	2 3
H	3	3	8	2	1	2	2 3		2 3
I	4	2	5 6	7		3		5	

# 2国同盟の演習問題(1)解答

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	2 3	3	2 3	8	2 3 6	1	2 6	4	5
B	1 2 3	3	2 3	2 4 6	7	5	9	1 3 2	6
C	1 2 3 5	6	2 3 4 5	2 4	2 3 4	9	2 1 3	8	
D	2 6	5	1	3	2 4 6 9	2 4 6	7	4 6	9
E	2 3 6	3	2 3 6	1 2 4 6	5	4 6 7	1 3 4 6	1 3 4 6	9
F	3 6	4	3 6	1 6	6 9	8	5	2	1 3 6 9
G	9	1	3 7	5	2 4 8	2 4	2 3 4 8	6	2 3 4 7
H	5 6 7	3 7	8	2 4 6 9	1	2 4 6	2 3 4	2 3 5 9	7 9
I	4	2	5 6	7	6 8 9	3	1 8	5 8 9	1 9



# 2国同盟の演習問題(2)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	2 3	3	2 3	8	2 3	1	2	4	5
B	1 2 3	3	2 3	2	7	5	9	1 3	2
C	1 2 3	6	2 3	2	2 3	9	2	1 3	8
D	2	5	1	3	2	2		7	
E	2 3	3	2 3	1 2			1 3		1 3
F	3	4	3	1		8	5	2	1 3
G	9	1	3	5		2	2 3	6	2 3
H	5 6	3	8	2	1	2	2 3		2 3
I	4	2	5 6	7		3	1	5	1

# 2国同盟の演習問題(2)解答

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	2 3	3	2 3	8	2 3	1	2	4	5
B	1 2 3	3	2 3	2	7	5	9	1 3	2
C	1 2 3	6	2 3	2	2 3	9	2	1 3	8
D	2	5	1	3	2	2	2	7	4 6
E	2 3	3	2 3	1 2	5	7	1 3	1 3	4 6
F	3	4	3	1	6	8	5	2	1 3
G	9	1	3	5	8	2	2 3	6	2 3
H	5 6	8	2	4 6	1	2 6	2 3	5	4 7
I	4	2	5 6	7	6	3	1	5	1

# 3国同盟

	1	2	3	4	5	6	7	8	9											
A	1	2	3	1		3			5	1	2			4				1	2	
	4	5												4						6
		8	9												8	9			8	9
	1	2			1		3			1	2	3	1		3	1	2			

$A2 \cup A4 \cup A6 = \{1, 2, 3\}$  ならば

$1, 2, 3 \notin A1, A3, A5, A7, A8, A9$

⇒ 一般化

$A2 \cup A4 \cup A6 = \{k, m, n\}$  ならば

$k, m, n \notin A1, A3, A5, A7, A8, A9$

# 3国同盟

行ブロックのみでなく、列ブロック、3x3ブロック  
についても同様

⇒ まとめ

$X_1, X_2, X_3, \dots, X_9$  を行ブロック、列ブロックまたは  
3x3ブロックの9つのマスとするとき、

$$X_p \cup X_q \cup X_r = \{k, m, n\}$$

ならば  $p, q, r$  以外の数字  $j$  に対して

$$k, m, n \notin X_j$$

## 2国同盟と3国同盟の条件の違い

2国同盟:

$$X_p = \{k, m\}, X_q = \{k, m\}$$

ならば  $p, q$  以外の数字  $j$  に対して  
 $k, m \notin X_j$

3国同盟:

$$X_p \cup X_q \cup X_r = \{k, m, n\}$$

ならば  $p, q, r$  以外の数字  $j$  に対して  
 $k, m, n \notin X_j$

3国同盟:

$X_p=\{1,2\}$ ,  $X_q=\{2,3\}$ ,  $X_r=\{1,3\}$  とすると

$X_p \cup X_q = \{1,2,3\}$

$X_q \cup X_r = \{1,2,3\}$

$X_r \cup X_p = \{1,2,3\}$

となり、どの場合も2国同盟の条件が成り立たない。

$X_p=\{1,2,3\}$ ,  $X_q=\{2,3\}$ ,  $X_r=\{1,3\}$  としても同様

# 3国同盟の演習問題1

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	7 1	2 3	5	8	9	1 3	6 4	1 2	
B		4	3	6	2	5 3	7	5 3	9
C	6	3	2 3		4	1 3	1 2	1 3	1
D	5	7	8 9	4	3	2	1	1	6
E	4	2	1		5		3	2	
F	3	5 6	2	1		8	2	9	4
G	2	1	5 6	2	8		1	1	3
H	8	1 3	4	3 1		7	1	2	1
I	2	1 3	3	2 3 1		9	4	1	1



# 3国同盟の演習問題1（解答）

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	7	2 3	5	8	9	1 3	6 4		1 2
B	1	4	3	6	2	5 3	7	5 3	9
C	6	3	2 3		4	1 3	1 2	1 3	5
D	5	7	8 9	4	3	2	1 5	1 5	6
E	4	2	1	9	5	6	3	7 8	7 8
F	3	5 6	2	1	7	8	2	9	4
G	2	1	5 6	2	8	4	1 5	6	3
H	8	1 3	4	5	1	7	1 5	2	1 5
I	2	1 3	3	2 3	1	9	4	6	7 8

# 3国同盟の演習問題2

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	7 1	2 3	5	8	9	1 3	6 4	1 2	
B		4	3	6	2	5 3	7	5 3	9
C	6	3	2 3		4	1 3	1 2	1 3	1
D	5	7	8 9	4	3	2	1	1	6
E	4	2	1	9	5	6	3	7 8	2
F	3	5 6	2 6	1	7	8	2 5	9	4
G	2	1	5 6	2	8	4	1	5 6	3
H	8	1 3	4	3 1	7	1	5	2	1 5
I	2	1 3	3	2 3 1	9	4	6	7 8	7 8

# 3国同盟の演習問題2(解答)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	7	2 3	5	8	9	1 3	6 4		1 2
B	1	4	3	6	2	5 3	7	5 3	9
C	6	3	2 3		4	1 3	1 2	1 3	1
D		7		4	3	2	1	1	6
E	4	2	1		5	6	3	7 8	2
F	3	5 6	2	1	7	8	2	9	4
G	2	1		2	8	4	1		3
H	8	1 3	4	3	1	7	1	2	1
I	2	1 3		2 3	1	9	4		

# N国同盟

同様にして、以下、4国同盟、5国同盟、6国同盟、7国同盟を考えることができる。

# 7国同盟の演習問題 解答1

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	3 8	4 9	3 4	5	2	6 7	4 8	1	
B	2 5 8	2 4	1	4 8	3 7	2 5 6	9	2 5 6	
C	2 5 8	6	7	4 8 9	1 4	1 9	3	4 8	2 5
D	4	3 5 5 6	3 5 6	1	5 7	8	5 6 9	2	3 5 6 7 9
E	7	1 5 6	3 5 6	2 5 6	9	4 5 6	5 6	3 5 6	8
F	9 8	8	2 5 6	6	5 7	3	1 5 7	4	
G	3 6	3 5	9	7 8	2 8	4	1	5 6	
H	2 6	7	4 5	3	1 4	1 9	8	5 6	2 9
I	1	2 4	8 4 9	6	5	2 9	3 7	3 7	

# 4国同盟の例1

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	4 5 6	3 4 5 6	7	9	5 6	5 6 8	1	2 3 6 8	2 3
B	1 5 6	1 5 6	2	1 5 6 7 8	1 5 6 7	3	4	6 8 9	8 9
C	8	1 3 6		4 9	1 2 6	2 6	3 6	5	7
D	2 3 5 7 8	2 3 5 7 8	1 5	5 7	4	9 7 8	3 5 8	1 2 3	6
E	4 5 6 7 8	4 5 6 7 8	4 5 6 7 8	2	3	1	5 7 8	4 8 9	4 5 8 9
F	9	2 3 5 7 8	1 4 5	5 6 7	8	5 6 7	5 7	3 4	1 2 3
G	7	9	4 5 6	5 6 8	2 5 6 8	2 5 6 8	3 5 6 8	3 4 8	1
H	1 2 4 5 6	1 2 4 5 6	8	3	1 5 6 7	5 6 7	9	4 6 7	4 5
I	1 5 6	1 5 6	3	1 5 6 7 8		4	2	6 7 8	5 8

# 5国同盟の例

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	1 2	1	5	6		3	2	1	1
B	7	7 8			9		8	7	4
C	3	4	1	8	2		1	6	9
D	5		6 4		1		4	3	2
E	1	9	7	2 3	3	2	5	6	1
F	8	2	1	5	4	6		1	3
G	1	3	1		7	5	1	8	2
H	1	1		2 3	3	2	1	2	1
I	2		2	4	3	1	7	3	3



# 6国同盟の例

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	1 2	1	5	6		3	2	1	1
B	2		2	1			2		3
C	3	4	1	8	2		1	9	5
D	5		4		1		4	2	8
E	1	9	7	2 3	3	2	5	6	1
F	8	2	1 3	5	4	6		1 3	7
G	1	3	1		7	5	1	8	2
H	1			2 3	3	2	1	3	3
I	2		2	4		1	7	3	3

# 問題を解くアルゴリズム(手順)

- [1] 1国同盟をできるだけやる。
- [2] 8国同盟をやってみて、適用できたら[1] へ戻る
- [3] 2国同盟をやってみて、適用できたら[1] へ戻る

---

- [4] 7国同盟をやってみて、適用できたら[1] へ戻る
- [5] 3国同盟をやってみて、適用できたら[1] へ戻る
- [6] 6国同盟をやってみて、適用できたら[1] へ戻る
- [7] 4国同盟をやってみて、適用できたら[1] へ戻る
- [8] 5国同盟をやってみて、適用できたら[1] へ戻る

# ABオペレーション

- ABオペレーションは大きく分けて2種類のものが有る。
- 3x3ブロックが関わるものと関わらないもの。
- 関わるものを3x3ABオペレーション、関わらないものを井桁ABオペレーションと呼ぶ。
- 頻度は3x3ABオペレーションの方が高い
- 井桁ABオペレーションは、x-wing, swordfish と呼ばれるものの一般化であり、かなり高等テクニックである。

# 3x3ABオペレーション

D	4 5 8	1	2 8	3	5 6 8	7	2 4 5 6 4 5 8	9
E	4 5 7 8	<del>2</del> 3 4 5 7	6	2 8 9	5 8 9	2 8 9	1 4 5 8	<del>2</del> 3 4 5 8
F	9	2 3 5	2 8	4	5 6 8	1	2 3 5 6	7 5 6 8

この黄色の所に 2 がなければ  
このピンクの所にも 2 はない

D	4 5 8	1	2 8	3	5 6 8	7	2 4 5 6 4 5 8	9
E	4 5 7 8	<del>2</del> 3 4 5 7	6	2 8 9	5 8 9	2 8 9	<del>2</del> 3 4 5 8	3 4 5 8
F	9	2 3 5	2 8	4	5 6 8	1	2 3 5 6	3 5 6 8

$A = \{E1, E2, E3, E4, E5, E6, E7, E8, E9\}$

$B = \{D4, D5, D6, E4, E5, E6, F4, F5, F6\}$

とすると

$A \cap B = \{E4, E5, E6\}$  (橙色)

$A \cap \overline{B} = \{E1, E2, E3, E7, E8, E9\}$  (ピンク色)

$\overline{A} \cap B = \{D4, D5, D6, F4, F5, F6\}$  (黄色)

D	4 5 8	1	2 8	3	5 6 8	7	2 4 5 6 4 5 8	2 4 5 8	9
E	4 5 7 8	4 5 7	6	2 8 9	5 8 9	2 8 9	1	2 3 4 5 8	3 4 5 8
F	9	2 3 5	2 8	4	5 6 8	1	2 3 5 6	7	3 5 6 8

$A \cap B = \{E4, E5, E6\}$  (橙色)

$A \cap \overline{B} = \{E1, E2, E3, E7, E8, E9\}$  (ピンク色)

$\overline{A} \cap B = \{D4, D5, D6, F4, F5, F6\}$  (黄色)

k が  $\overline{A} \cap B$  のどのマスにも入らないならば  
k は  $A \cap \overline{B}$  のどのマスにも入らない

# 3x3ABオペレーション

A = 列ブロック、または行ブロックのマスの集合

B = 3x3ブロックのマスの集合

k が  $\overline{A} \cap B$  のどのマスにも入らないならば  
k は  $A \cap \overline{B}$  のどのマスにも入らない

k が  $A \cap \overline{B}$  のどのマスにも入らないならば  
k は  $\overline{A} \cap B$  のどのマスにも入らない



# 3x3ABオペレーション 演習問題

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	1 2	1	5	6		3	1 2	1	1
B	7	7 8					4	4	4
C	3	4	1	8	2		1	9	5
D	5				1		4	2	8
E	1	9	7	2 3	3	2	5	6	1 3
F	8	2	1 3		4			1 3	7
G	1	3	1		7	5	1	8	2
H	1 2	1	1 2	2 3	3	2	1 3	1 3	1 3
I		6	5	4		1	7	5	6

# 3x3ABオペレーション 解答

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	1 2	1	5	6		3	1 2	1	1
B	2		2	1			2 3		3
C	3	4	1	8	2		1	9	5
D	5		4		1		4	2	8
E	1	9	7	2 3	3	2	5	6	1 4
F	8	2	1 3	5	4			1 3	7
G	1	3	1		7	5	1	8	2
H	1 2	1	1 2	2 3		2	1 3	1 3	1 3
I	2		2	4		1	7	3	3

# 3のみ抜き出す

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A						3			
B							3	3	3
C	3								
D			3				3		
E				3	3				3
F			3					3	
G		3							
H				3	3		3	3	3
I					3			3	3

3x3ブロックの中で1つの行または列  
に数字が集中している物を探す

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A						3			
B							3	3	3
C	3								
D			3				3		
E				3	3				3
F			3					3	
G		3							
H				3	3		3	3	3
I					3			3	3

1つの行または列の中で3x3ブロック  
に数字が集中している物を探す

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A						3			
B							3	3	3
C	3								
D			3				3		
E				3	3				3
F			3					3	
G		3							
H				3	3		3	3	3
I					3			3	3

# ABオペレーション

- ABオペレーションは大きく分けて2種類のものが有る。
- 3x3ブロックが関わるものと関わらないもの。
- 関わるものを3x3ABオペレーション、関わらないものを井桁ABオペレーションと呼ぶ。
- 頻度は3x3ABオペレーションの方が高い
- 井桁ABオペレーションは、x-wing, swordfish と呼ばれるものの一般化であり、かなり高等テクニックである。

# 井桁ABオペレーション

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A			1	5	2			3	
B		3		9	1		5		2
C	2		5			4	1		
D		1		8		3			5
E			3	4	5		7		
F	5			2		1		9	
G		5	9	7			4		6
H	4					5		7	
I		7			4		8	5	

4 がピンク色の所  
にないならば 黄色  
の所にもない

( x-wing )

A = B行ブロックとC行ブロックのマス

B = 第3列ブロックと第8列ブロックのマス  
とすると

$A \cap B = \{B3, D3, B8, D8\}$  (橙色)

$A \cap \overline{B} = A \cap B$ を除いたB,C行のマス (ピンク色)

$\overline{A \cap B} = A \cap B$ を除いた第3, 8列のマス (黄色)

k が  $A \cap \overline{B}$  のどのマスにも入らないならば  
k は  $\overline{A \cap B}$  のどのマスにも入らない



7	8	9
4	3 6	9 4 7
4	3 6	1 4
8	1 4 5	4 5 7
4	2 5 6	9 4 8
1	4 8	3 4 8
2 5 6	7	3 8 6
7	2 5 8	1
4	2 6	4 8
9	2 4 5 8	3 4 5 8

$A =$  第7列ブロックのマス

$B =$  3x3ブロック

$A \cap B =$  橙色のマス

$A \cap \overline{B} =$  ピンク色のマス

$\overline{A} \cap B =$  黄色のマス

$k$  が  $A \cap \overline{B}$  のどのマスにも入らないならば  
 $k$  は  $\overline{A} \cap B$  のどのマスにも入らない

# 3x3ABオペレーション

7	8	9
4 3 6 9 7 6		4 3 6 6
4 3 6 4	1 3 4	2
8	1 4 5 7	4 5 7
4 2 5 6	4 2 8	9
1	4 3 8	4 3 8
4 2 5 6	7	4 3 6 8
7	2 3 5 8	1
4 2 6	6	4 8
9	2 3 4 5 8	4 3 5 8

# 井桁ABオペレーション

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	7 8 6 4 8 6		1	5	2	7 8 6	6 9 6	3	4 8 9
B	7 8 6	3	4 6 7 8	9	1	7 8 6	5 8 6	2	
C	2		5	3 6 6	3 6 8	4	1	8 6 7	
D	7 9 6	1	4 6 7	8	7 9 6	3	2 6 4 6	5	
E		2 6 8 9	3	4 5 6		7	1 2 8 6		1 8 3
F	5	4 6 8	7 8 6	2	7 6 6	1	3 6 9	4 8 3	
G	1 3 6	5	9	7	3 8 2	4	1 2 8	6	
H	4	2 6 8	2 6 8	1 3 6	3 6 9	5	2 3 9	7	1 3 9
I	1 3 6	7	2 6 6	1 3 6	4	2 6 9	8	5 8 9	1 3 9

# 2つのABオペレーションの違い

- 集合A,Bの取り方
- 3x3ブロックABオペレーションでは、3x3ブロックと行または列ブロック
- 井桁ABオペレーションでは、行ブロックと列ブロック
- 井桁ABオペレーションは、行ブロック、列ブロックの数が同じで2以上4以下

# 井桁ABオペレーション

A = 列ブロック、または行ブロックのマスの集合

B = 列ブロック、または行ブロックのマスの集合

~~B = 3x3ブロックのマスの集合~~

k が  $\overline{A} \cap B$  のどのマスにも入らないならば

k は  $A \cap \overline{B}$  のどのマスにも入らない

k が  $A \cap \overline{B}$  のどのマスにも入らないならば

k は  $\overline{A} \cap B$  のどのマスにも入らない

# 井桁ABオペレーション 演習問題

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	3	5 6	6	1	2 6	2 6	8	5 9	4
B	5 6	1	6	3 6	4	8	3 9	2	5 9
C	2	4	8	5	7 9	3 7	6	1 3 9	1 7 9
D	4	6	6	8	3	5	1 2 9	1 9	1 2 9
E	8	9	3	2	1	4	5	7	6
F	1	2	5	9	6	6	4	8	3
G	5 6	1	3 6	2 5 6	9	2 3 7	4	2 5 7	
H	5 9	3	4	7	8	1 2 9	1 2 9	6	1 2 5 9
I	5 6 7 9	2	4	5 6	6	1 3 7 9	1 3 9	5 9	8

# 井桁ABオペレーション 解答

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	3	5 6	6	1	2 6	2 6	8	5	4
B	5 6	1	6	3 6	4	8	3	2	5
C	2	4	8	5	3	6	1 3	1	
D	4	6	6	8	3	5	1 2	1	1 2
E		9	3	2	1	4	5	7	6
F	1	2	5	9	6	6	4	8	3
G	5 6		1	3 6	2 5 6	9	2 3	4	2 5
H	5	3	4	7	8	1 2	1 2	6	1 2 5
I	5 6	5 6	2	4	5 6	1 3 6	1 3	5	8

# 3だけ抜き出す

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	3								
B				3			3		
C						3		3	
D					3				
E			3						
F									3
G				3			3		
H		3							
I						3	3	3	

# #を探す

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	3								
B				3			3		
C						3		3	
D					3				
E			3						
F									3
G				3			3		
H		3							
I						3	3	3	



# #を探す

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	3								
B				3			3		
C						3		3	
D					3				
E			3						
F									3
G				3			3		
H		3							
I						3	3	3	

# 3井桁ABオペレーション

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	1 5 7	6	4		8 9	2	1 7	3	1 5 7
B	3	7 X	1 8	6	4	5	1 7 8	2 9	2 9
C	5 8	9	2	1		3	6 4	5 8	
D	1 X	3	9	2	5 4		1 7 8		6
E	2	5 8	7	3	6	1	4 5 9		8 9
F	6	4	1 5		8	7 9	3	2 5	1 2
G	4 7 8	5 7 8	6 4 5		3 9		2	1	7 8
H		1 9	3	7	2	8	5	6	4
I	4 7 X	2	5 8	4 5	1	6	9	7 8	3

# 4井桁ABオペレーション

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	1 2 5 7	1 5 7	8	<del>3</del>	6	2 3 5 7	1 3 7	4	9
B	1 5 7	4	2 7	9	2 3 5 8	3 5 7	1 3 7	1 8	6
C	3	9	6	4	7 8	1	5	7 8	2
D	8	7	1	2	9	6	4	5	3
E	6	2	5	1 3 7	1 3 7	4	8	9	1 7
F	9	3	4	5	1 7	8	6	2	1 7
G	1 5 7	1 5 7	9	8	5 7	3 5 7	2	6	4
H	4	8	2 7	6	1 2 7	9	1 7	3	5
I	2 5 7	6	3	1 7	4	2 5 7	9	1 7	8

# ABオペレーションに関する注意

- $3 \times 3$  ABオペレーションは、 $3 \times 3$  ブロックと行または列ブロックが1つずつのものしかない(2つずつのものは1つずつのものに帰着できる)。
- 井桁ABオペレーションは、行ブロックと列ブロックが同数でそれぞれ2, 3, 4のものしか無い(5, 6, 7のものはそれぞれ4, 3, 2に帰着できる)。

# 問題を解くアルゴリズム(手順)

- [1] 1国同盟をできるだけやる。
- [2] 8国同盟をやってみて、適用できたら[1] へ戻る
- [3] 2国同盟をやってみて、適用できたら[1] へ戻る

---

- [4] 7国同盟をやってみて、適用できたら[1] へ戻る
- [5] 3国同盟をやってみて、適用できたら[1] へ戻る
- [6] 6国同盟をやってみて、適用できたら[1] へ戻る
- [7] 4国同盟をやってみて、適用できたら[1] へ戻る
- [8] 5国同盟をやってみて、適用できたら[1] へ戻る

# 問題を解くアルゴリズム(手順)

[1] 1国同盟をできるだけやる。

[2] 8国同盟をやってみて、適用できたら[1] へ戻る

3x3ABオペレーションをやってみて、....

[3] 2国同盟をやってみて、適用できたら[1] へ戻る

[4] 7国同盟をやってみて、適用できたら[1] へ戻る

2井桁ABオペレーションをやってみて、....

---

[5] 3国同盟をやってみて、適用できたら[1] へ戻る

[6] 6国同盟をやってみて、適用できたら[1] へ戻る

3井桁ABオペレーションをやってみて、....

[7] 4国同盟をやってみて、適用できたら[1] へ戻る

[8] 5国同盟をやってみて、適用できたら[1] へ戻る

4井桁ABオペレーションをやってみて、....

# ニコリの問題を解いてみる

<http://www.nikoli.com/ja/puzzles/sudoku/>

ブラウザのアドレスバー: [www.nikoli.com/ja/puzzles/sudoku/](http://www.nikoli.com/ja/puzzles/sudoku/)

数独のおためし問題

みんなのページ > パズル > 数独のおためし問題

スリザーリンク めりかべ へやわけ 美術館 ひどりこしてくれ ましゅ 四角に切れ 橋をかける ナンバーリンク ヤジリン シャカシャカ さとがえり のりり カッコロ 数独 波及効果

おためし問題 パズルのルール 操作方法

### おためし問題

数独のおためし問題です。お楽しみいただくには、[Adobe Flash Player](#)が必要です。  
ボタンをクリックすると、別ウインドウで、パズルの盤面がひらきます。

[パズルのルール](#) [操作方法](#)

問題	サイズ	レベル	作家	こたえ
 おためし問題1	9×9	 らくらく	あいこ	
 おためし問題2	9×9	 らくらく	まいなすよん	
 おためし問題3	9×9	 らくらく	鴈野敏生	
















### サイト内リンク

- nikoli.comについて
  - [入会案内](#)
  - [What's new](#)
  - [よくある質問と回答 - FAQ](#)
  - [特定商取引](#)
  - [個人情報保護方針](#)
  - [バナーとリンク](#)
  - [お問い合わせ](#)
- nikoli.comの推奨環境
- イベント情報
  - [パズル早解き選手権](#)
  - [ニコリダービー](#)
  - [平均大賞](#)
  - [少数決](#)
  - [久米法](#)

ファイル(E) 編集(E) 表示(V) 履歴(S) ブックマーク(B) ツール(I) ヘルプ(H)

パズル > 数独のおためし... x +

www.nikoli.com/ja/puzzles/sudoku/ ニコリ

 おためし問題16	9x9		アクアブルー	
 おためし問題17	9x9		あかりしょうぶん	
 おためし問題18	9x9		坂本伸幸	
 おためし問題19	9x9		Casty	
 おためし問題20	9x9		まいなすよん	

nikoli.comに入会する...  
は、[入会案内のページ](#)をごらんください。  
メンバーズページでは、ゲストの方が遊べるパズルの問題も、時々出題されています。

**使い方(操作方法)**

くわしい使い方は、[操作方法のページ](#)をごらんください。  
o Flashなので、右クリックは使えません。

Google検索  
Google™  
Web ☒ www.nikoli.com  
検索

これらの問題をやってみる



						3		
2		6	3					4
					8		9	
		7				6		2
			4		9			
3		5				7		
	8		5					
9					3	4		6
		4						

		1				8		
	5			1			4	
			2					7
		7			5		8	
4				6				9
	2		4			5		
3					7			
	7			2			9	
		4				1		

				7		6		5
					4		8	
2					6		7	
	7	3				2		
5								4
		4				9	6	
	8		4					3
	5		2					
7		6		8				

# 結果

番号	1国	2国	8国	3x3	行列	チェ
1	381	0	39	2	0	0
2	395	1	26	1	0	0
3	374	1	32	3	0	0

N国同盟

ABオペレーション

チェイン

# 使用テクニックとレベル分け

レベル	使用テクニック
1	1 国同盟
2	レベル 1+8 国同盟
3	レベル 2+AB オペレーション (ブロック+行または列)
4	レベル 3+2 国同盟
5	レベル 4+7 国同盟
6	レベル 5+2 井桁
7	レベル 6+3 国同盟
8	レベル 7+6 国同盟
9	レベル 8+3 井桁
10	レベル 9+4 国同盟
11	レベル 10+5 国同盟
12	レベル 11+4 井桁
13	レベル 12+チェーン
14	レベル 13+ミニボックスチェーン
15	レベル 14+ランダムチョイス

# ニコリの問題を解くための テクニックを身に付ける

- N国同盟とABオペレーション

レベル	個数	割合	割合(集積)	テクニック
1	32536	9.5694%	9.569%	1国同盟
2	243828	71.7141%	81.284%	8国同盟
3	11941	3.5121%	84.796%	3x3AB
4	3547	1.0432%	85.839%	2国同盟
5	1126	0.3312%	86.170%	7国同盟
6	1341	0.3944%	86.564%	2井桁AB
7	210	0.0618%	86.626%	3国同盟
8	19	0.0056%	86.632%	6国同盟
9	196	0.0576%	86.689%	3井桁AB
10	0	0.0000%	86.689%	4国同盟
11	0	0.0000%	86.689%	5国同盟
12	5	0.0015%	86.691%	4井桁AB
13-14	44815	13.1809%	99.872%	チェーン
15	436	0.1282%	100.000%	ランダムチョイス
合計	340000			

# 今までのまとめ

- 前回(1,8国同盟)の復習
- 問題を解くアルゴリズムの確認
- N国同盟、ABオペレーションの解説
- ニコリの問題を解いてみた
- 問題を解くアルゴリズムの更新

# チェーン

- 強力な方法だが、使うのが難しい高等テクニック。
- 色々なバリエーションがあるが、基本原理は同じ。
- 数学的な原理は背理法。
- 井桁はチェーンの1つとみなすこともできる。



# 背理法とは

- 証明をするための数学のテクニックの1つ。
- 次のような手順で証明を行う。
  - (1) 証明することと逆のことが成り立つと仮定する。
  - (2) 矛盾が出てくることを示す。

# 例

「 $ab$  が奇数ならば  $a$  と  $b$  のどちらも奇数である」  
を証明する

(1)

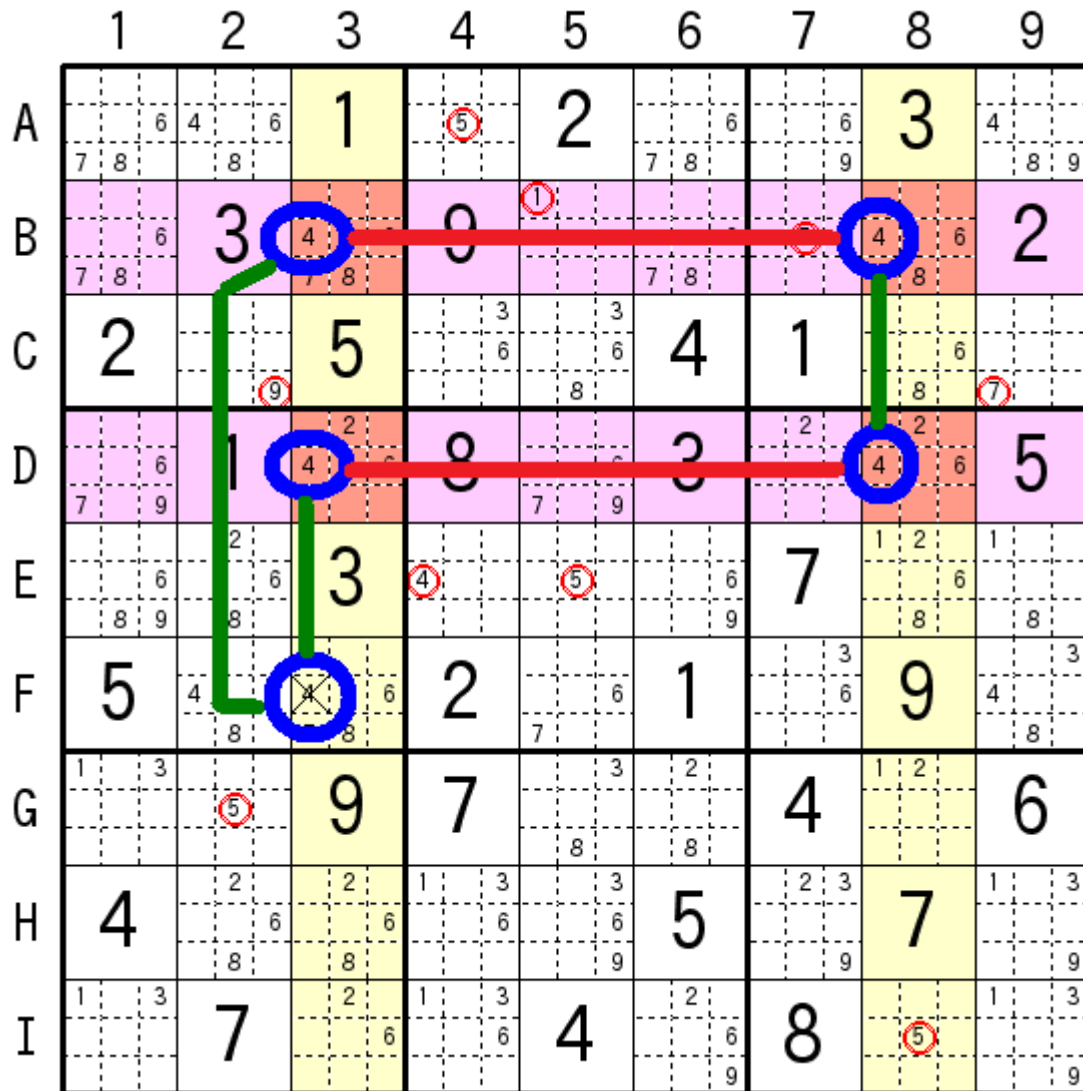
「 $a$  と  $b$  のどちらも奇数である」  
を否定する。すなわち、「 $a, b$  のどちらかは奇数でない」つまり  
「 $a, b$  のうち1つは偶数である」  
とする。

(2) 「 $a, b$  の1つは偶数である」 $\Rightarrow$ 「 $ab$  は偶数である」

これは「 $ab$  が奇数である」に矛盾

よってはじめの仮定に誤りがあったとなり、元々の命題が証明された。

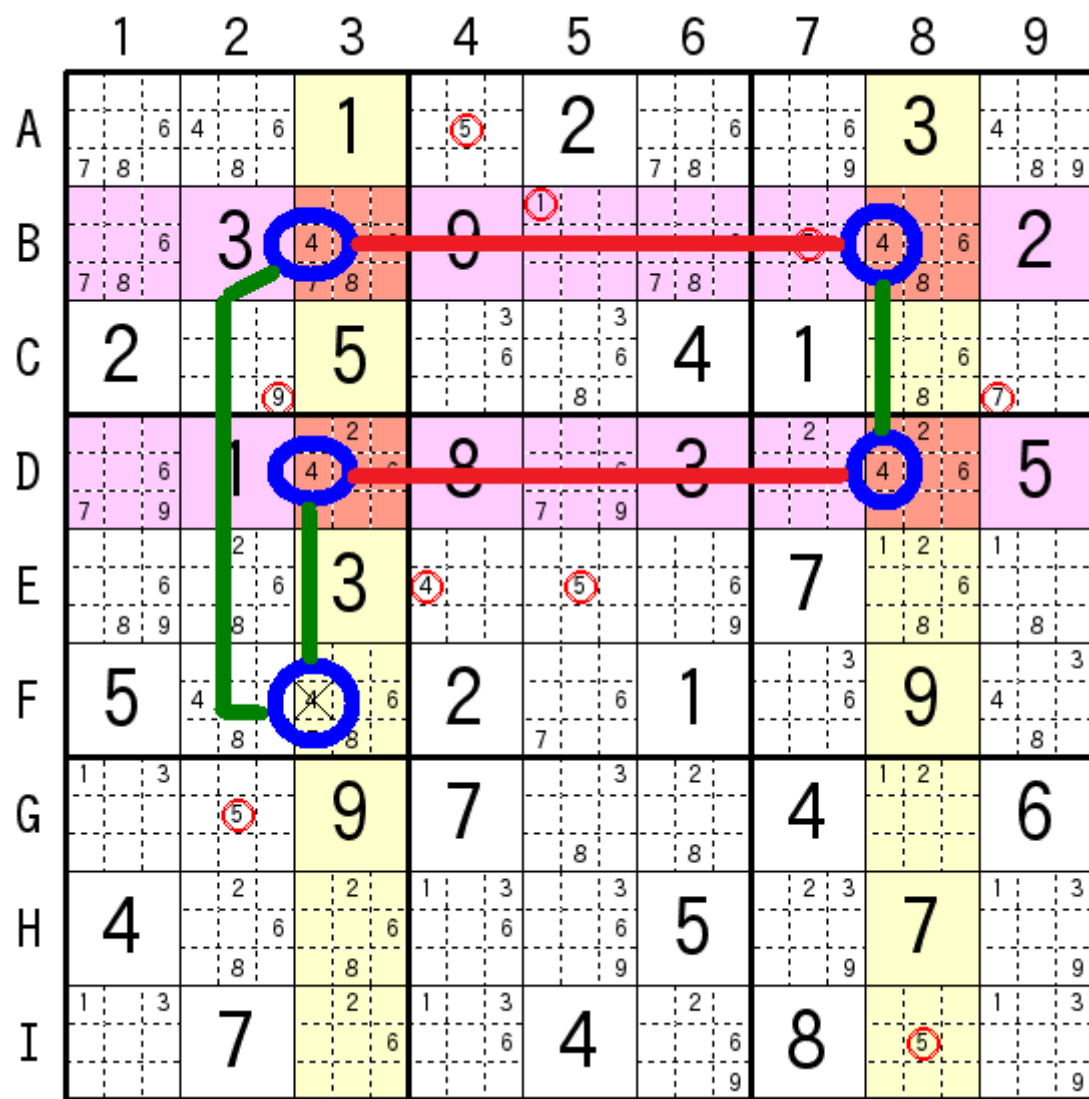
# チェーンの例



2井桁ABオペレーション:

4 がピンク色の所  
にないならば 黄色  
の所にもない

F3  $\neq$  4 をチェーン  
で示す。



$$F3 = 4$$

$$\Rightarrow D3 \neq 4$$

$$\Rightarrow D8 = 4$$

$$\Rightarrow B8 \neq 4$$

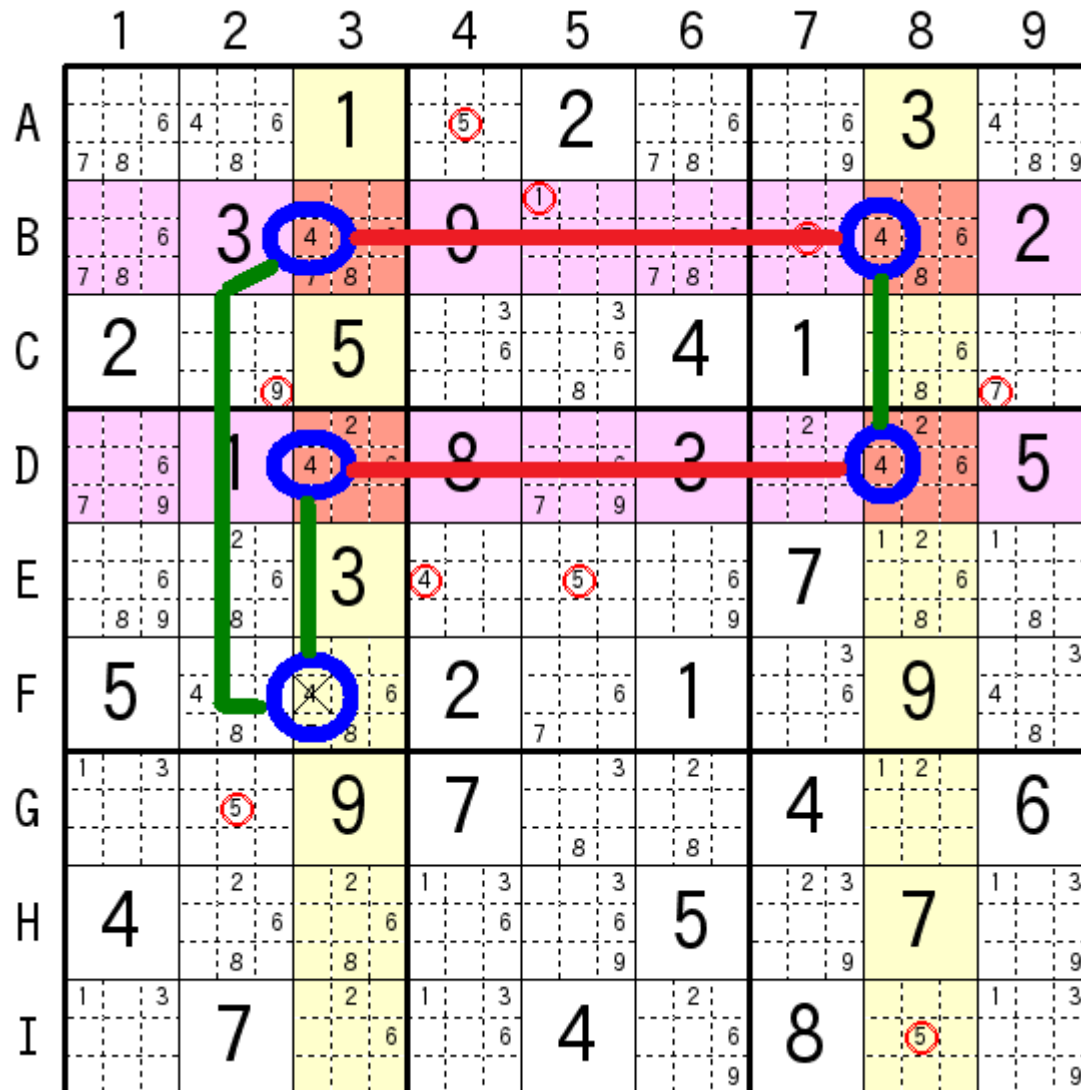
$$\Rightarrow B3 = 4$$

$$\Rightarrow F3 \neq 4$$

矛盾

$F3 = 4 \Rightarrow D3 \neq 4 \Rightarrow D8 = 4 \Rightarrow B8 \neq 4 \Rightarrow B3 = 4 \Rightarrow F3 \neq 4$

よって  $F3 \neq 4$



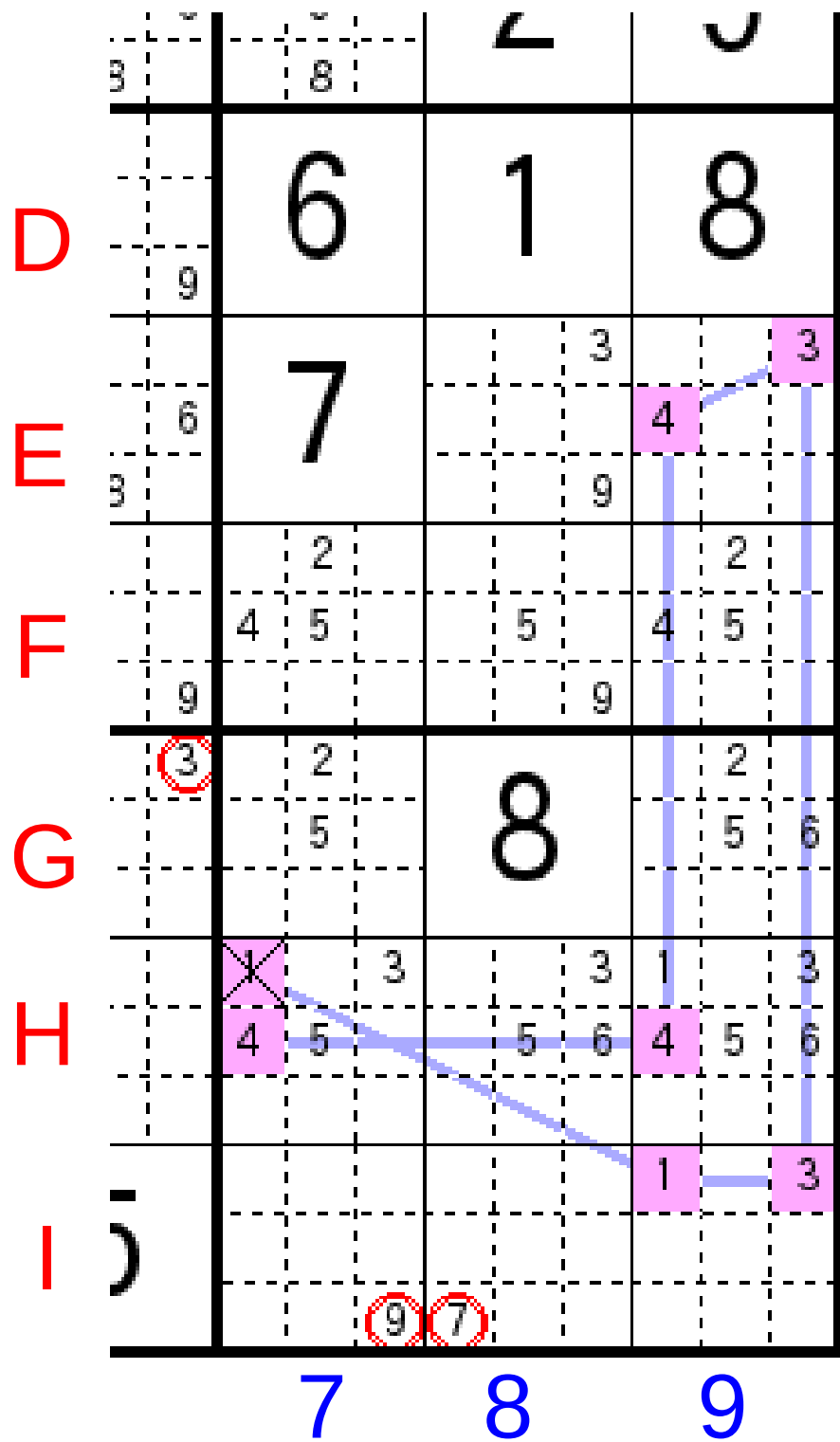
ある数字  $k$  をつないで奇数回で元に戻る。

つなぐことができる数は  
 ・同じ行にある。  
 ・同じ列にある。  
 のいずれか。

偶数番目のリンク(赤い線)は同じブロック内に選択肢(同じ数字)が2つのみ⇒強リンク

# 先ほどの例の一般化(チェーン)

- 数字をつないで奇数回で元に戻る物を探す
- つなぐことができるのは
  - 同じ行にある同じ数字
  - 同じ列にある同じ数字
  - 同じ3x3ブロックにある同じ数字
  - 同じマスにある異なる数字
- 偶数番目、または奇数番目のリンクは同じブロック内に選択肢(同じ数字)が2つのみ⇒強リンク



$H7 = 1 \Rightarrow I9 \neq 1 \Rightarrow I9 = 3$   
 $\Rightarrow E9 \neq 3 \Rightarrow E9 = 4$   
 $\Rightarrow H9 \neq 4 \Rightarrow H7 = 4$   
 $\Rightarrow H7 \neq 1$

よって  $H7 \neq 1$

G	4	7		1	9	3	2	8	2
H	9		3	8	2		3		3
I		2		6		5			
	1	2	3	4	5	6	7	8	9

$H9 = 5 \Rightarrow H2 \neq 5 \Rightarrow H2 = 3 \Rightarrow I3 \neq 3 \Rightarrow I9 = 3 \Rightarrow H9 \neq 1$   
 $\Rightarrow H9 \neq 5$

よって  $H9 \neq 5$



# 奇数番目に強リンクが出てくるチェーン

偶数番目、**または奇数番目**のリンクは同じブロック内に  
選択肢(同じ数字)が2つのみ⇒強リンク

## 偶数番目に強リンク

$F3 = 4 \Rightarrow D3 \neq 4 \Rightarrow D8 = 4 \Rightarrow B8 \neq 4 \Rightarrow B3 = 4 \Rightarrow F3 \neq 4$

よって  $F3 \neq 4$

## 奇数番目に強リンク

$F3 \neq 4 \Rightarrow D3 = 4 \Rightarrow D8 \neq 4 \Rightarrow B8 = 4 \Rightarrow B3 \neq 4 \Rightarrow F3 = 4$

よって  $F3 = 4$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	1			4	5	7	2	9	
B	5	3		1	2				8
C			9	6			5	4	1
D			5	3			9		
E		1			8				2
F	6					4	1		
G	3							1	
H		4	1				3		7
I			7	4			3	4	

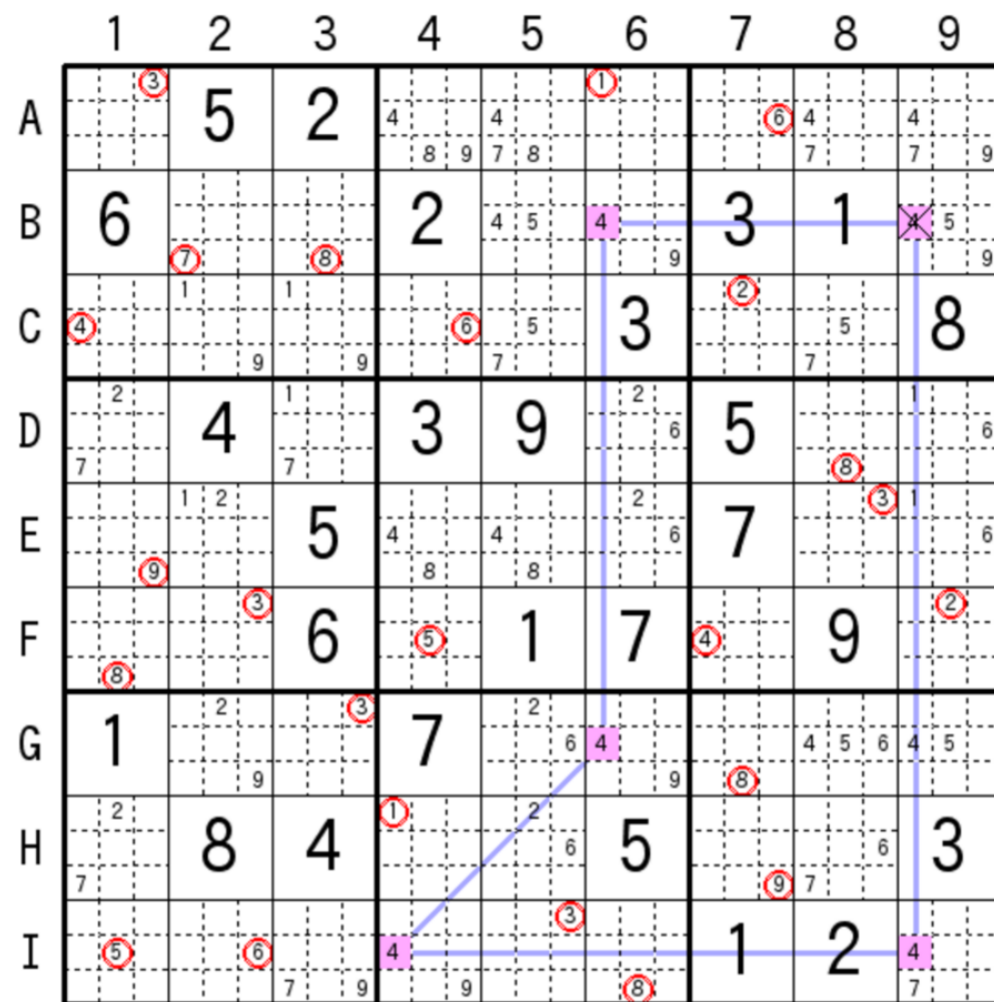
$C8 \neq 4 \Rightarrow C5 = 4 \Rightarrow A4 \neq 4 \Rightarrow I4 = 4 \Rightarrow I8 \neq 4 \Rightarrow C8 = 4$

よって  $C8 = 4$

# チェーンの演習問題1 (リンクの長さ5)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A		<sup>3</sup>	5	2		<sup>1</sup>		<sup>6</sup>	
B	6			2			3	1	
C	<sup>4</sup>				<sup>6</sup>	3			8
D		4		3	9		5		
E			5				7		
F			6		1	7		9	
G	1			7					
H		8	4			5			3
I							1	2	

# チェーンの演習問題 解答1



# チェーンの拡張 (アドバンスドな話題)

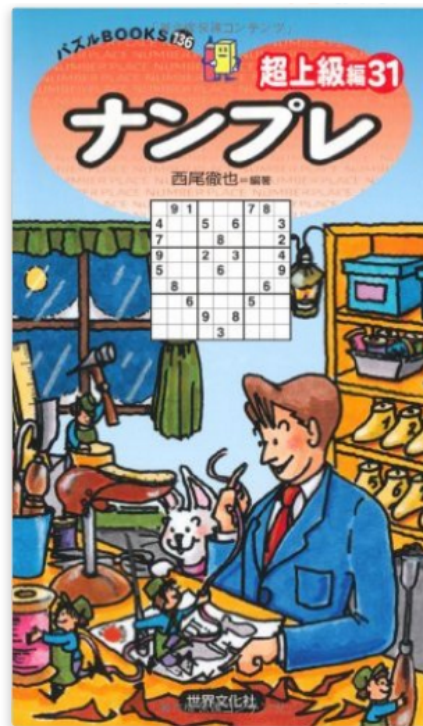
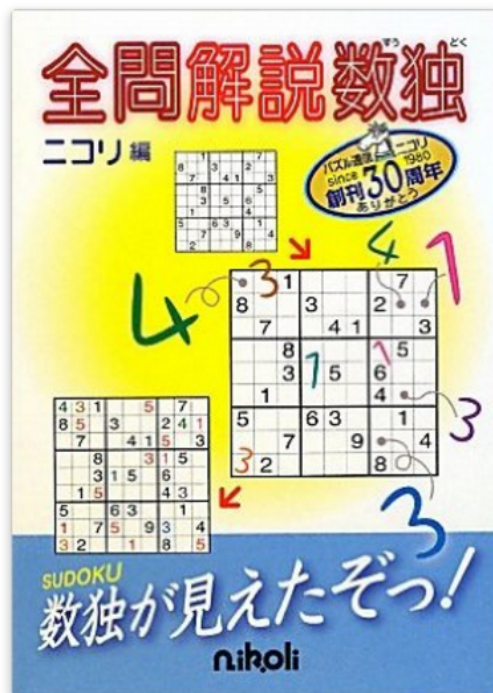
## ミニボックス付きのチェーン

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	4	7	<span>3</span>	2	5		1	<del>8</del>	2
B		2		2	<span>1</span>	7		4	3
C	1	2		6	<span>3</span>				2
D	9		<span>8</span>	<span>3</span>	4	<span>2</span>	<span>8</span> <span>9</span> <span>7</span> <span>8</span>		

# チェーンの拡張について

- チェーンを用いれば、ほとんどの問題が解ける。
- 特に日本国内で出版された問題集に載っている問題は全て解けていた。
- 解けない問題が載っている問題集を発見→その本に載っているテクニックを使ってチェーンを拡張→「ミニブロック付きチェーン」
- しばらくは「本国内で出版された問題集に載っている問題は全て解ける」だったが、また解けない問題が載っている問題集を発見。
- 「ミニブロック付きチェーン」をさらに拡張→拡張チェーン(先月できたばかり)→「日本国内で出版された問題集に載っている問題は全て解ける」

チェーンの必要なし



チェーンは必要だが、  
通常のチェーンでOK  
ミニボックス付きは  
必要なし

最後の問題はミニボック  
ス付きでもダメ  
拡張チェーンが必要

通常のチェーンではだめ  
ミニボックス付きが必要



# ミニブルック付きチェーン

- 簡単に言うと、 $3 \times 3$ ブロック内のいくつかのマスを1つのマスとして扱い、チェーンを考える。
- いくつかのマスを1つのマスとすることにより、ウィークチェーンをストロングチェーンにすることができる。



	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	4	7	<del>3</del>	2	5		1	1	1 2
B		2		2	<del>1</del>	7		4	3
C	1	2		6	<del>3</del>				2
D	9			<del>3</del>	4	<del>2</del>	7		

$A8=8 \Rightarrow D8 \neq 8 \Rightarrow D3=8 \Rightarrow C3 \neq 8$   
 $\Rightarrow [C7=8, C8=8] \Rightarrow A8 \neq 8$

2つをまとめて1つのマスとして扱う

$A8=8 \Rightarrow D8 \neq 8 \Rightarrow D3=8 \Rightarrow C3 \neq 8 \Rightarrow$   
 $C7=8 \Rightarrow A8 \neq 8$

こちらは強リンクの条件に引がかかる

# なぜ2つのマスをもつてよいのか？

$A8=8 \Rightarrow D8 \neq 8 \Rightarrow D3=8 \Rightarrow C3 \neq 8 \Rightarrow$   
 $[C7=8, C8=8] \Rightarrow A8 \neq 8$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	4	7		2	5		1	1	1 2
B		2		2		7	5	4	3
C	1		5	6			5		2
D	9				4		7		

$C3 \neq 8$  という条件の元で  
 $C7=8$  または  $C8=8$   
 のどちらかが成り立つ

$C7=8$  のとき  $A8=8 \Rightarrow D8 \neq 8 \Rightarrow D3=8 \Rightarrow C3 \neq 8 \Rightarrow$  いずれ  
 $C7=8 \Rightarrow A8 \neq 8$  の場合も

$C8=8$  のとき  $A8=8 \Rightarrow D8 \neq 8 \Rightarrow D3=8 \Rightarrow C3 \neq 8 \Rightarrow A8 \neq 8$   
 $C8=8 \Rightarrow A8 \neq 8$

$E8 \neq 5 \Rightarrow G8 = 5 \Rightarrow [G5 \neq 5] \Rightarrow [D5 = 5, F5 = 5] \Rightarrow E4 \neq 5$

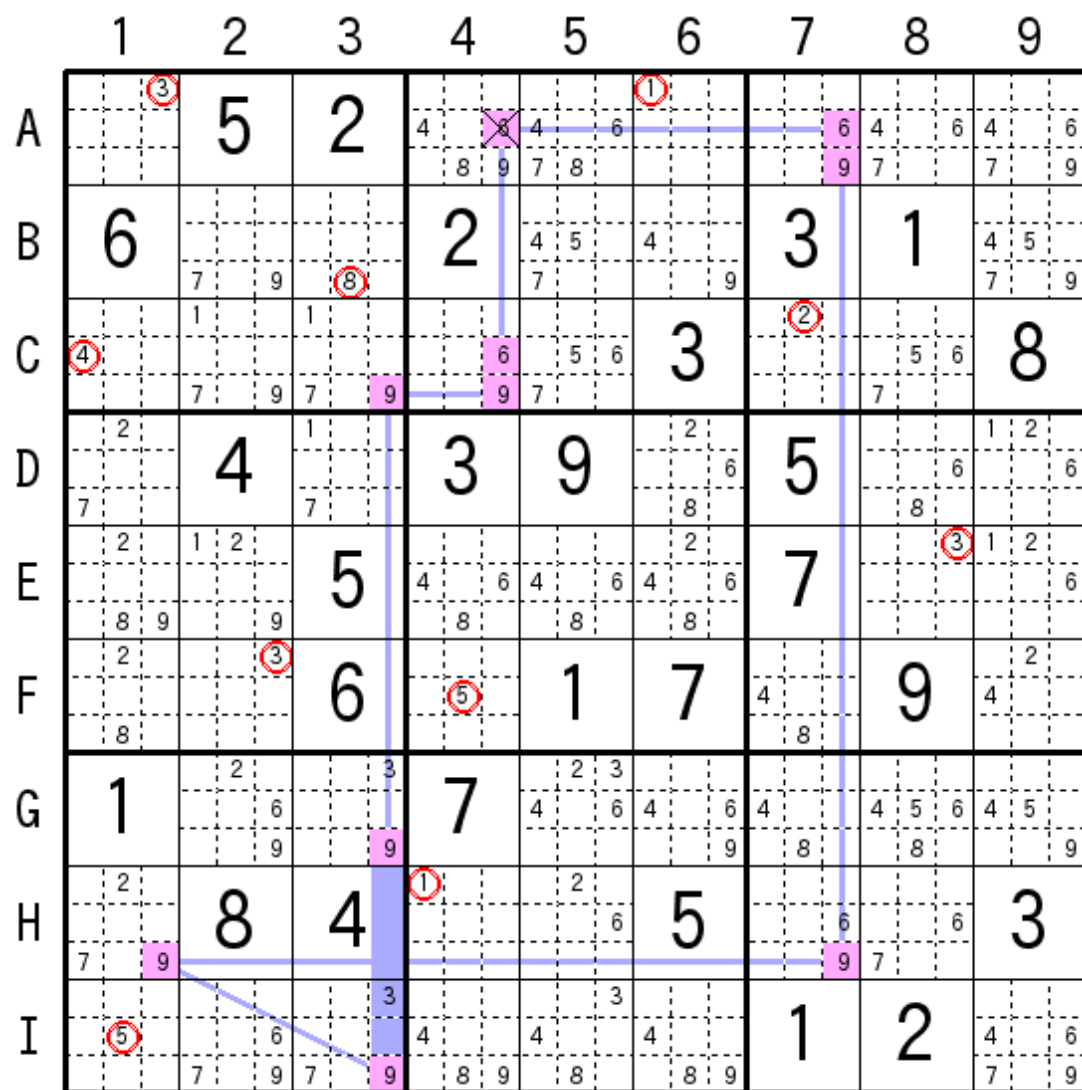
よって  $E8 = 5$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	1 4 7	1 6 7	5	1 9	2 4 9		3 8		6 7
B	2 4 6	3	2 6	7	8 5	5 9	4 6		1
C	8	1 7	9	3 4	1 6	6	5	2 7	2 4
D	5 6	9	4	8	5 7	1 6	2 6 7	2 7	3
E	1 2	1 2	7	5 6	5 6 7	3 9	4 1	5 8	8
F	3	5 6 8		4	5 6 7	2		9	5 7
G	5 6 7	5 6 8	1	2	5 6 8	4 8	3 4	5 6	9
H	9	2 5 6	3 1	1 5 6	4	7	2 6	8	2 4 5 6
I	2 5 6	4	2 6 8	5 6 9	3		7 8 9	1 5 6	2 5 6

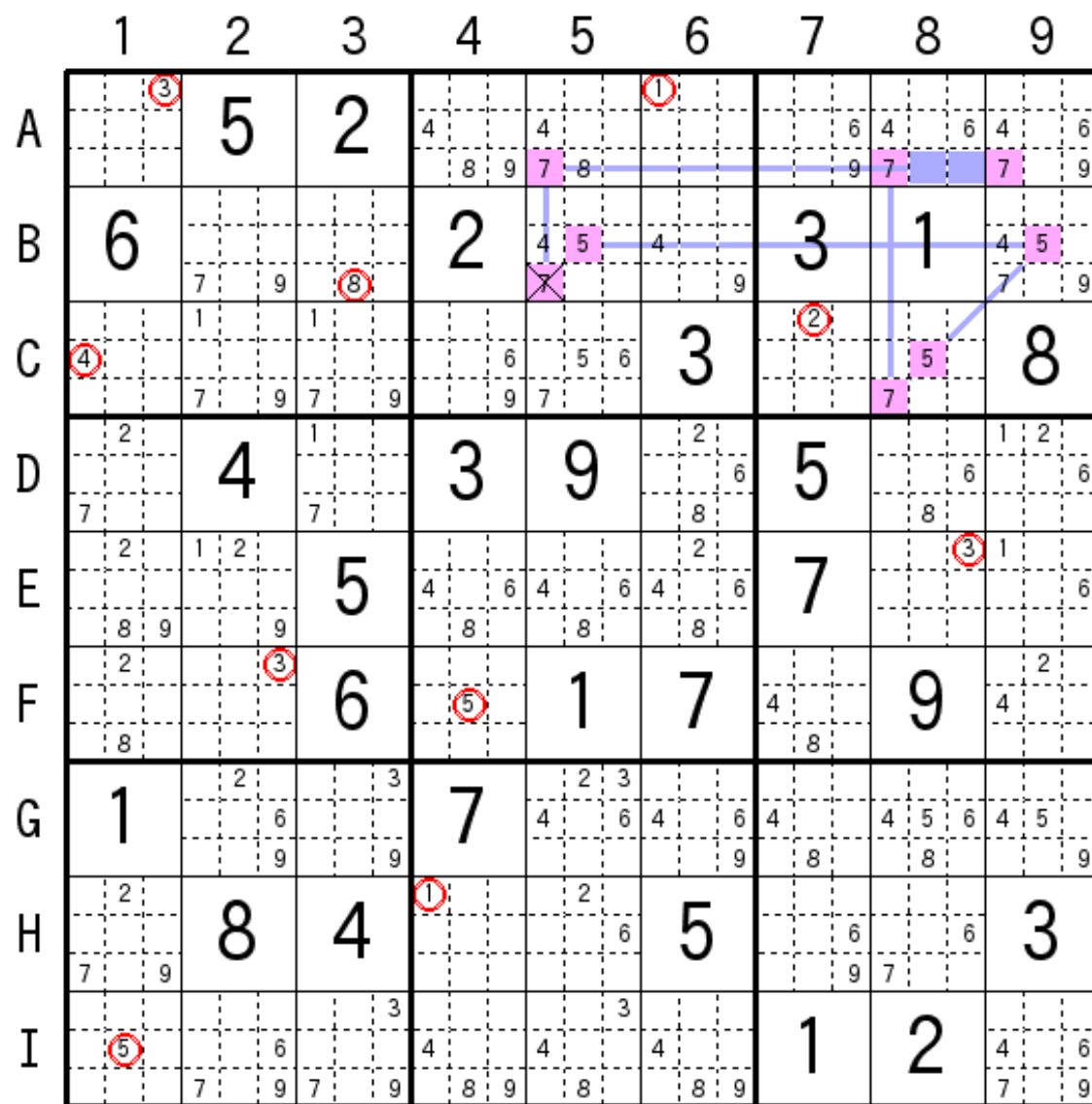
# ミニボックス付きチェーンの例1

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A		<sup>3</sup>	5	2		<sup>1</sup>			
B	6			2			3	1	
C	<sup>4</sup>					3			8
D		4		3	9		5		
E			5				7		
F			6		1	7		9	
G	1			7					
H		8	4			5			3
I	<sup>5</sup>						1	2	

# ミニボックス付きチェーンの例2



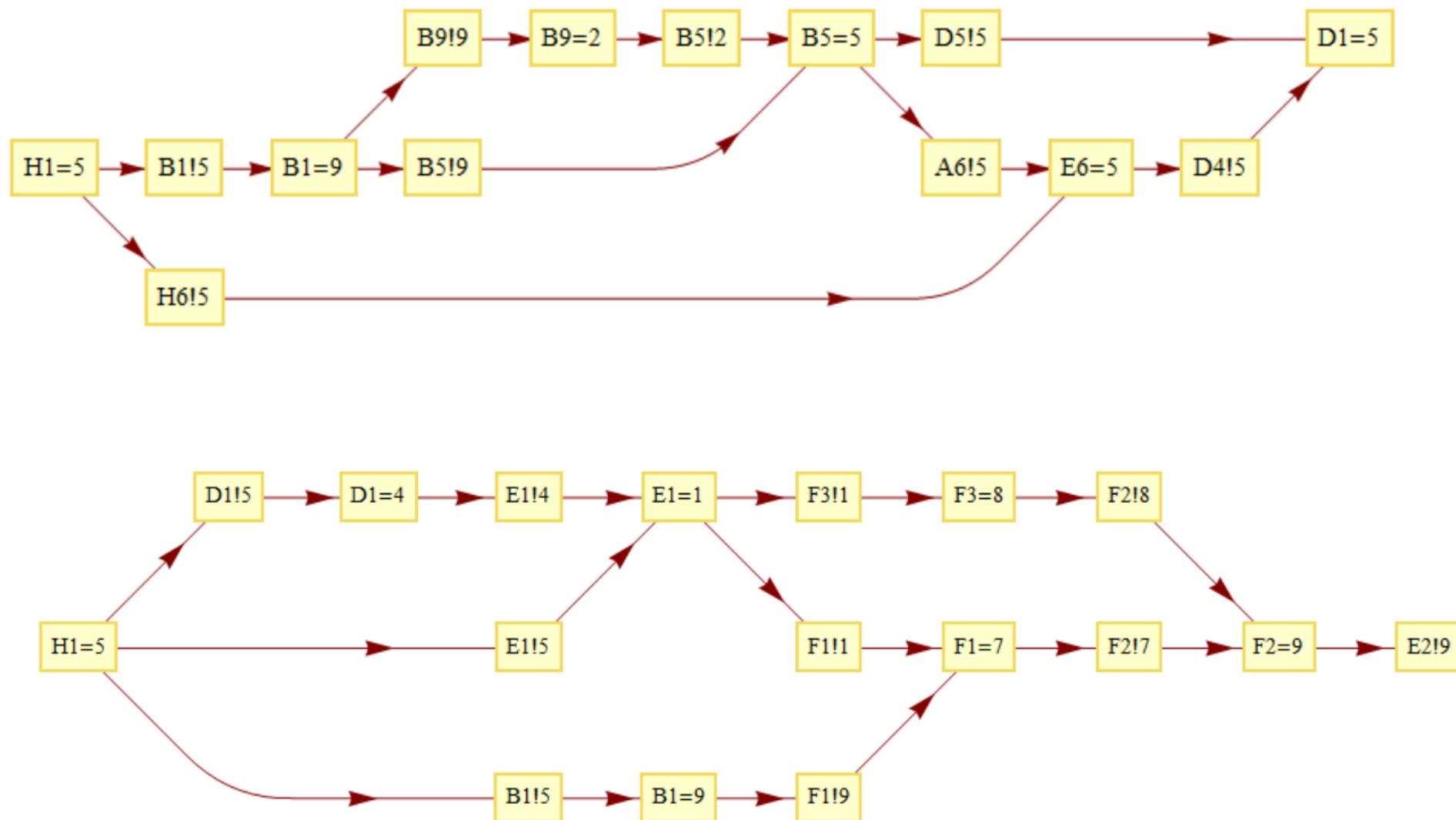
# ミニボックス付きチェーンの例3



# 更なるチェーンの拡張

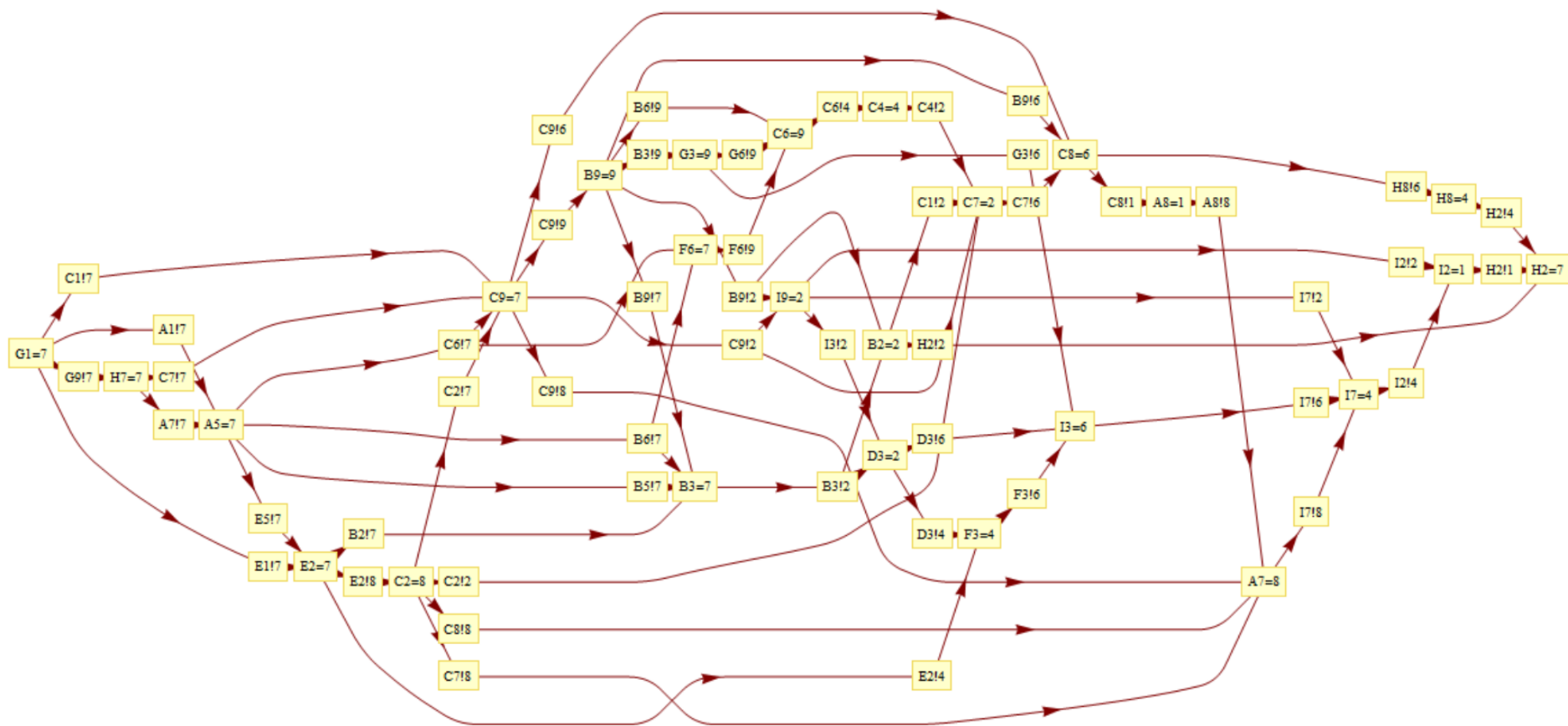
- ミニボックス付きチェーンでも解けない問題を国内で出版された問題集の中に発見。
- ミニボックス付きチェーンをさらに一般化して、もっと強力なチェーンを作ることができる。

# 実際の例1





## 実際の例2



# 難しい問題を解いてみる

	4						3	
1	8		4					
7			5	6			8	
		6	3					1
			6		7			
3					2	7		
	3			9	8			6
					4		1	8
	2						5	

N国同盟

ABオペレーション

チェイン

それ以上

⇒ニコリの問題が解ける

⇒ 国内のナンプレの最高難度の問題集が解ける  
(ほとんど人手では無理)

⇒ワールドクラス  
ランダムチョイス(仮置き)を  
使えば100%解ける

次回： 今回の復習、チェインに代わる  
解法(3D medusa)を紹介