

# ナンプレパズルとは？

- 9×9マスに1～9までの数字を入れるパズル
- 各行、各列、各ブロックに1～9までの数字が1つずつ入る
- 初期配置の数字を対称的に入れる必要はないが、ニコリのパズル(数独)では対称的に入っている。
- 世界的に有名(世界大会あり)
- ニコリでは数独と呼ばれている

							2	1
	6	1		2				5
	7			9	1	8		
						2	8	9
	9						1	
7	1	2						
		8	4	6			3	
3				8		5	9	
9	2							

# ナンプレパズルとは？

- ナンプレの答えの数

6,670,903,752,021,072,936,960

- そのうち、本質的に異なるもの

5,472,730,538

- ヒント(初期配置)として与えられる数字の個数は通常、20~30個
- ヒント(初期配置)の最小数 17(非対称的)、18(対称的)

# この講座で目指すもの

- ナンプレとそれと類似のパズルを紹介。
- ナンプレの問題(特にニコリの問題)が解けるようになる。
- ナンプレの問題の数学的な背景を知ってもらう。
- (時間があれば)計算機によるナンプレの問題作成法を紹介

# ナンプレとそれと類似のパズル

- ラテン方阵  $\Rightarrow n \times n$  のマスに 1 から  $n$  までの数字を各行、各列に1つずつ入れたもの
- 例:

1	2	3	4
2	1	4	3
3	4	1	2
4	3	2	1

数独の解はこれにサブブロックの条件を加えたもの

1	2	3	4
3	4	1	2
2	1	4	3
4	3	2	1

# オイラー方陣を用いたパズル

- 賢くなるパズル( MATHDOKU, KENKEN )

1-	2-		2/
	5+	1-	
2/			12*
	2		

1- 4	2- 3		2/ 2
3	5+ 1	1- 2	4
2/ 2	4	3	12* 1
1	2	4	3

# ナンプレのバリエーション

- 9 x 9 のみでなく、いろいろなサイズのナンプレがある。

		2	
	4	1	
4	2	3	

	4		5		3
				4	6
4	2		3		1
5				6	2
2	6				5
3	5	1	6		

# 4 x 4 のナンプレ

- 解の個数は 288個
- 一番上の行を [ 1 2 3 4 ] に固定すると  
288/(4!)=12 個

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \\ 4 & 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 2 & 1 \\ 4 & 3 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \\ 3 & 4 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 1 & 3 \\ 3 & 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 4 & 2 \\ 2 & 4 & 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

# 4 x 4 のナンプレ

- これ以上、ヒントの数を減らせないような問題は全部で 13728個。このうち、解の第1行が [ 1 2 3 4 ] であるものは  $13728/(4!) = 572$ 個。
- 最小のヒントの数は 5、最大のヒントの数は 9

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 4 \\ 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 1 \\ 4 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 3 & 0 \\ 3 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & 3 \\ 0 & 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & 0 \\ 3 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & 3 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & 4 \\ 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 3 \\ 4 & 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$



# その他のバリエーション

3					4
		4	3		
	3			6	
	4			1	
		2	1		
1					2

8		2				7
		3		5	2	
	7					3
	6		2	1		
			1	4		2
4	2					8
		6	8		5	
2					6	1

4			1			5
			9	2		
		6		7		3
	5		3	4		1
1	8				6	4
	9		7	1		8
		5		4		1
			1	9		
2			3			8

3		7	1	4	5		9			6
					7	0	9	3		
			9				8			7
7	2		0					A	6	5
	8	5			1					B
	3				0	A	5			1
A	1			9	4	8				B
0						B			8	2
8		9	4					0		6
1				3				6		
			7	0	A	1				
5			3			7	2	B	9	1

参考URL

<http://www.easton.me.uk/sudoku/types.php>

# その他のバリエーション

		2		3	1	D					7	E	6	
8	E		9						D		6	B		A
6						E	0		B		A			1
C	1		A			B		0		E		4		8
	C	5					4		3					9
			7		5		E		A	B				0
	6	8		9	2			E				5	A	7
			1			7	D	9		F	2		B	
		6		0	9		2	F	4			1		
9		1	5				8			D	E		6	2
3					F	1		2		8		9		
A						6		1					3	7
	3		8		A		6		E			2		4
5					F		8		A	1				C
	A		B	1		9						8		5
	7	D	0											
									8	4	F		9	

	9		7		6		5							
					3		8	6						
	5	3	4											
3	8							4						
5		1						9		2				
	2								3	8				
					2		8		7		5		2	
	1	6		7						1		7	6	
	3		5		9		1		4					
							6	5					1	
							2		7				6	9
							9						7	3
										9	5	4		
		7	5		3									
		6		1		2					9			

# その他のバリエーション

1	2		
		4	3

Sudoku X : 対角線沿いに 1, 2, 3, 4 が1つずつある

$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$	,	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$	,	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}$	,	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$	,	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \\ 4 & 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$	,	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 2 & 1 \\ 4 & 3 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \\ 3 & 4 & 2 & 1 \end{pmatrix}$	,	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$	,	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}$	,	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 1 & 3 \\ 3 & 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}$	,	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 4 & 2 \\ 2 & 4 & 1 & 3 \end{pmatrix}$	,	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$

# その他のバリエーション

	1			4		6		
	2		5				3	1
4			3					
						3	9	
6				7				5
	7	3						
					4			2
8	6				2		5	
		7		8			1	

9 x 9 Sodoku X

	1	2	
	3	1	

Irregular Sudoku

# ナンプレの問題を解くためのテクニック

# 数独を解くためのテクニック

- ナンプレ(数独)を取り上げた書籍は多数ある。
- ナンプレ(数独)のホームページも多数ある。
- 書籍やホームページには様々なテクニックが載せられている。

Sudoku enumeration: ti x 知れば知るほど奥が深い。 x sudoku - Google 検索 x Sudoku Solver by Andre x

www.sudokuwiki.org/sudoku.htm

アプリ ナンプレ学習塾コ... Web スライス ギャ... おすすめサイト Firefox ブックマーク USBメモリのセキ... Foxit J-Reader の... how! ポップアッ... その他のブックマーク

Sudoku Solver for Android and iPhone:  
**"Released!"**  
 Check out the features and send us your comments on this page:  
 Sudoku Solver for Mobile Devices.

**SUDOKUWIKI.ORG**  
 Strategies for Number Puzzles of all kinds

2 3 6  
5 7

**Sudoku Solver**

Please report any bugs. Tested in IE, Firefox, Safari and Chrome.  
 Feedback: Form and User Comments/Questions Here

Email This Board Import a Sudoku Print 1 Print 2 Solution Count **Take Step** <<

Clear Save Re-Load  
 Enter clues or solutions

1 2 3 4 5 6 7 8 9  
 A 1 2 3 1 2 3 1 2 3 1 2 3 1 2 3 1 2 3  
 4 5 6 4 5 6 4 5 6 4 5 6 4 5 6 4 5 6  
 7 8 9 7 8 9 7 8 9 7 8 9 7 8 9 7 8 9  
 B 1 4 1 2 3 1 2 3 1 2 3 1 2 3 1 2 3  
 4 5 6 4 5 6 4 5 6 4 5 6 4 5 6 4 5 6  
 7 8 9 7 8 9 7 8 9 7 8 9 7 8 9 7 8 9  
 C 1 2 3 1 2 3 1 2 3 1 2 3 1 2 3 1 2 3  
 4 5 6 4 5 6 4 5 6 4 5 6 4 5 6 4 5 6  
 7 8 9 7 8 9 7 8 9 7 8 9 7 8 9 7 8 9  
 D 1 2 3 1 2 3 1 2 3 1 2 3 1 2 3 1 2 3  
 4 5 6 4 5 6 4 5 6 4 5 6 4 5 6 4 5 6  
 7 8 9 7 8 9 7 8 9 7 8 9 7 8 9 7 8 9  
 E 1 2 3 1 2 3 1 2 3 1 2 3 1 2 3 1 2 3  
 4 5 6 4 5 6 4 5 6 4 5 6 4 5 6 4 5 6  
 7 8 9 7 8 9 7 8 9 7 8 9 7 8 9 7 8 9  
 F 1 2 3 1 2 3 1 2 3 1 2 3 1 2 3 1 2 3  
 4 5 6 4 5 6 4 5 6 4 5 6 4 5 6 4 5 6  
 7 8 9 7 8 9 7 8 9 7 8 9 7 8 9 7 8 9  
 G 1 2 3 1 2 3 1 2 3 1 2 3 1 2 3 1 2 3  
 4 5 6 4 5 6 4 5 6 4 5 6 4 5 6 4 5 6  
 7 8 9 7 8 9 7 8 9 7 8 9 7 8 9 7 8 9  
 H 1 2 3 1 2 3 1 2 3 1 2 3 1 2 3 1 2 3  
 4 5 6 4 5 6 4 5 6 4 5 6 4 5 6 4 5 6  
 7 8 9 7 8 9 7 8 9 7 8 9 7 8 9 7 8 9  
 I 1 2 3 1 2 3 1 2 3 1 2 3 1 2 3 1 2 3  
 4 5 6 4 5 6 4 5 6 4 5 6 4 5 6 4 5 6  
 7 8 9 7 8 9 7 8 9 7 8 9 7 8 9 7 8 9  
 J 1 2 3 1 2 3 1 2 3 1 2 3 1 2 3 1 2 3  
 4 5 6 4 5 6 4 5 6 4 5 6 4 5 6 4 5 6  
 7 8 9 7 8 9 7 8 9 7 8 9 7 8 9 7 8 9

Auto Tab Auto Clear  
 Clues+Solved: 28/81

Pick an example here  
 Easiest Sudoku Re-Start

**Quick help: Using this Solver**

Use the "Import" button or type in a Sudoku puzzle in the small board. You can also pick examples from the list above.  
 Click on **Take Step** to step through the solution. Unknown squares are filled with 'candidates' - possible solutions.  
 Any cells that are reduced to one possible candidate are solved.

Version 2.01  
 See Strategy Overview documentation

Check for solved cells

- 1: Hidden Singles
- 2: Naked Pairs/Triples
- 3: Hidden Pairs/Triples
- 4: Naked Quads
- 5: Pointing Pairs
- 6: Box/Line Reduction
- Tough Strategies**
- 7: X-Wing
- 8: Simple Colouring
- 9: Y-Wing
- 10: Sword-Fish
- 11: XYZ Wing
- Diabolical Strategies**
- 12: X-Cycles
- 13: XY-Chain
- 14: 3D Medusa
- 15: Jelly-Fish
- 16: Unique Rectangles
- 17: Extended Unique Rect.
- 18: Hidden Unique Rect's
- 19: WXYZ Wing
- 20: Aligned Pair Exclusion
- Extreme Strategies**
- 21: Grouped X-Cycles
- 22: Empty Rectangles
- 23: Finned X-Wing
- 24: Finned Sword-Fish
- 25: Altern. Inference Chains
- 26: Sue-de-Coq
- 27: Digit Forcing Chains
- 28: Nishio Forcing Chains
- 29: Cell Forcing Chains
- 30: Unit Forcing Chains

## Basic Strategies

- 1: Hidden Singles
- 2: Naked Pairs/Triples
- 3: Hidden Pairs/Triples
- 4: Naked Quads
- 5: Pointing Pairs
- 6: Box/Line Reduction

## Tough Strategies

- 7: X-Wing
- 8: Simple Colouring
- 9: Y-Wing
- 10: Sword-Fish
- 11: XYZ Wing

## Diabolical Strategies

- 12: X-Cycles
- 13: XY-Chain
- 14: 3D Medusa
- 15: Jelly-Fish
- 16: Unique Rectangles
- 17: Extended Unique Rect.
- 18: Hidden Unique Rect's
- 19: WXYZ Wing
- 20: Aligned Pair Exclusion

## Extreme Strategies

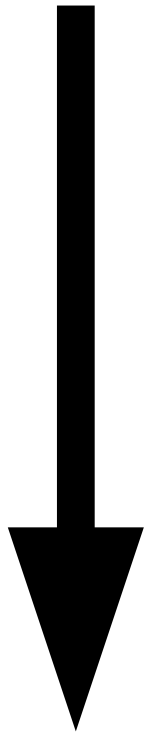
- 21: Grouped X-Cycles
- 22: Empty Rectangles
- 23: Finned X-Wing
- 24: Finned Sword-Fish
- 25: Altern. Inference Chains
- 26: Sue-de-Coq
- 27: Digit Forcing Chains
- 28: Nishio Forcing Chains
- 29: Cell Forcing Chains
- 30: Unit Forcing Chains
- 31: Almost Locked Sets
- 32: Death Blossom
- 33: Pattern Overlay Method
- 34: Quad Forcing Chains

"Trial and Error"



ナンプレのほとんどの問題は次の3つのテクニックがあれば解ける

易しい



- N国同盟
- ABオペレーション
- チェーン

難しい

易しい

- N国同盟
- ABオペレーション

⇒ ニコリの問題が解ける  
(人間がなんとかなる)

- チェーン

⇒ 国内のナンプレの最高  
難度の問題集が解ける  
(ほとんど人では無理)

- それ以上

⇒ ワールドクラスの問題

難しい

# ワールドクラスの問題： 世界で一番難しい数独

[http://gigazine.net/news/20100822\\_hardest\\_sudoku/](http://gigazine.net/news/20100822_hardest_sudoku/)

		5	3					
8							2	
	7			1		5		
4					5	3		
	1			7				6
		3	2				8	
	6		5					9
		4					3	
					9	7		

# ワールドクラスの問題: AI ESCARGOT

1					7		9	
	3			2				8
		9	6			5		
		5	3			9		
	1			8				2
6					4			
3							1	
	4							7
		7				3		

# 注意

- ランダムチョイス(仮置き)を使えば、どんな問題でも解ける。
- ナンプレの解を求めるコンピュータプログラムはほとんど、この仮置きを用いて解を計算している。
- 先ほどのワールドクラスの問題も計算機で解けば、一瞬で解ける。
- ただし、仮置きは(特に日本では)論理的でないとして避けられる傾向にある。

# ニコリの問題を解くための テクニックを身に付ける

- N国同盟とABオペレーション

レベル	個数	割合	割合(集積)	テクニック
1	32536	9.5694%	9.569%	1国同盟
2	243828	71.7141%	81.284%	8国同盟
3	11941	3.5121%	84.796%	3x3AB
4	3547	1.0432%	85.839%	2国同盟
5	1126	0.3312%	86.170%	7国同盟
6	1341	0.3944%	86.564%	2井桁AB
7	210	0.0618%	86.626%	3国同盟
8	19	0.0056%	86.632%	6国同盟
9	196	0.0576%	86.689%	3井桁AB
10	0	0.0000%	86.689%	4国同盟
11	0	0.0000%	86.689%	5国同盟
12	5	0.0015%	86.691%	4井桁AB
13-14	44815	13.1809%	99.872%	チェーン
15	436	0.1282%	100.000%	ランダムチョイス
合計	340000			

# 今回紹介するテクニックの特徴

- N国同盟とABオペレーションで85%以上の問題をカバーできる。
- 答えとなる数字を直接選ぶのではなく、候補の数字を削っていく。
- まず、もっとも簡単な1国同盟を考える。

# 従来の解き方

							2	1
	6	1		2				5
	7			9	1	8		
						2	8	9
	9						1	
7	1	2						
		8	4	6			3	
3				8		5	9	
9	2							



							2	1
	6	1		2				5
	7			9	1	8		
						2	8	9
	9						1	
7	1	2						
<b>1</b>		3	4	6			3	
3				8		5	9	
9	2							

							2	1
	6	1		2				5
	7			9	1	8		
						2	8	9
	9						1	
7	1	2						
1		8	4	6			3	
3				8		5	9	
9	2					1		

							2	1
	6	1		2				5
	7			9	1	8		
						2	8	9
	9						1	
7	1	2						
1		8	4	6			3	
3			1	8		5	9	
9	2					1		

行ブロック

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A		5				6			9
B		9			8	2	4		
C			8	1					
D	2				4			9	
E	4								8
F		7			3				6
G						3	8		
H			7	9	2			1	
I	3			8				6	

3×3ブロック

マス  
(H8マス)

列ブロック

# 今回のまとめ

- ナンプレの概要
- ナンプレを解くためのソフトウェアの紹介

N国同盟

⇒ニコリの問題が解ける

ABオペレーション

⇒国内のナンプレの最高難度の問題集が解ける  
(ほとんど人手では無理)

チェーン

⇒ランダムチョイス(仮置き)を使えば  
100%解ける

それ以上

- 次回はソフトウェアの進んだ使い方を重点的に説明。  
ナンプレを解くためのテクニックも説明する予定