
4. ナンプレの解き方 (海外編)

数独が世界的ブームになったのは、数独がイギリスで新聞に連載されたのがきっかけです。Michael Mephamは、イギリスでの数独ブームの中心人物であり、新聞ディリーテレグラムのパズル部門編集長で、かつ多数の数独本の著者でもあった。彼が書いた「数独の解き方」(参考文献[6])をニコリ[3]と比較しながら検討し、Mephamワールドを考察する。

(1) 一般的考え方について

ナンプレに関して、Mephamワールドでは、次の考え方を採用している。

(ア) 以下の考え方は採用する。

(1)論理的推論

(2)解の存在と一意性

(イ) 以下の考え方は採用しない。

(3)仮置き禁止

(4)初期配置の点対称性

(2) 技術的テクニックについて

(ア) 難易度について

(1)鍛冶ワールドでは、「入門、中級、上級」の難易度レベル分類を解答するのに要する技術的テクニックにより決めているので、分類は「客観的」に決まる。

(2)Mephamワールドでは、「Gentle (容易), Moderate (中庸), Tough (困難), Diabolical (悪魔)」の難易度レベル分類をしている。この難易度の分類は客観的ではなく、Mephamの「主観」に基づいて決めている。

(3)おおむね、「Gentle=鍛冶ワールドでの入門+中級/2, Moderate=鍛冶ワールドでの中級/2+上級」と考えて差し支えがない。したがって、鍛冶ワールドは、MephamワールドでのGentle+Moderateに相当する部分になる。

(4)MephamワールドでのTough, Diabolicalに分類される問題は、鍛冶ワールドでは対象外の難しい問題である。

(5)MephamワールドでのGentle (容易) + Moderate (中庸) と Tough (困難) + Diabolical (悪魔) との分類区別は客観的な基準がある。その基準は分岐的手法を使用するか、使用しないかの違いである。

(イ) 分岐的手法(bifurcation method)について

Mephamは、これをギリシャ神話にある話で説明をしているので、以下に引用する。

(1)ギリシャ神話の「アリアドーネの糸」

アリアドーネは、アテネ国を征服したクレタのミノス王の娘だった。不幸なことに、アリアドーネの母と雄牛とがねんごろになり、その結果怪物、人身牛頭、が生まれ、ミノタウロスと呼ばれ、彼は迷宮に一生追放された。ミノス王は暴君であったので、ミノタウ

ロスの子け贅にする若い男女を伴った貢ぎ物をアテネに命じた。

若いアテネの英雄、テーセウスは迷宮へ送られる若い不幸な者達の集団に同伴して行き、そして、ミノタウロスを殺し、アテネをこの残虐な貢ぎ物から救うことを申し出た。アリアドーネはテーセウスと恋いに落ちた。彼女は彼を迷宮で失いたくなかった、彼女の義兄弟の鈍牛の扱い方を知っていたので、彼に脱出の方法、絹の糸ボール、を与えた。テーセウスは迷宮に入っていくときに糸のボールをほどこき、行き止まりに達したときに彼は道を選択した分岐点まで糸を巻き戻し、別のルートをとることで探求を続ける。

この計画は見事に機能し、ミノタウロスを殺し、テーセウスは迷宮を脱出する道を見つけ、そして、アリアドーネのもとに首尾良く、疑いもなく、彼女の糸ボールを辿って戻ってきた。

(2)アリアドーネの神話は、現実には、鍾乳洞の探検をするときには使用されている。

(a)鍾乳洞（例えば、図14参照）がどの様に分岐されて枝洞があるかは判らないが、入り口のa1から入っていくとする。その際に長いロープを携えていく。そのロープを延ばしながら進んでいき、最初の分岐点に到達したとき、分岐する枝洞にb1,b2,b3と番号を付ける。

(b)初めにb1の枝洞を進んでいく、勿論ロープを延ばしながらである。さらに、分岐点にさしかかったときには、その分岐する枝洞をc1,c2と番号付ける。最初のc1の枝洞を進んでいく。d1で行き止まりであれば、そこから、ロープを巻き戻しながら、最後の分岐点まで戻る。

(c)その分岐点での、次の番号の枝洞c2を選んで、進んでいき、d2で行き止まりならば、ロープを巻き戻し、直前の分岐点まで戻る。

(d)その分岐点で分岐をすべて探検したら、その前の分岐点まで、ロープを巻き戻して戻ることにする。図14の場合には、b1まで戻ることになる。

(e)その分岐点での残りの分岐b2を探索するために進んでいく。

(f)これを繰り返していけば、すべての枝洞をすべて探索し尽くすことができる。

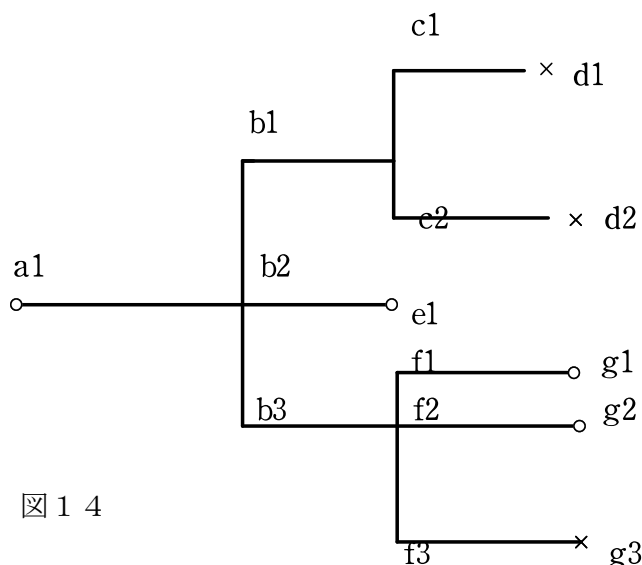


図 1 4

(g)図14の場合には、分岐が2段階で済んでいるので、深度2という。一般に複雑な場合には、分岐の深度が更に深い場合もあるが、探索原理は同じである。このような探索原理を利用して調べるのを分岐的手法という。これは、科学的技法として、計算機ではお馴染みの技法である。

(h)分岐的手法に関する複雑度は「深度」が大きいくほど増すので、一般には、分岐的手法の困難度は深度で測る。

(ウ) 分岐的手法の使い方

(1)ナンプレの問題を解くときに、この分岐手法を初めから使用するのには御法度である。初めは、鍛冶ワールドでのテクニックを駆使して試す。鍛冶ワールドの技法では、どうしようも無くなって、つまり、万策が尽きたときに、始めて分岐的手法を使用することになる。

(2)分岐的手法では、実際には「仮置き」を行う。しかし、その際に、戦略なく、手当たり次第に「仮置き」をするのではなく、戦略的に効率を考えながら方策を持つて行う。

(エ) 分岐的手法の実例について

(1)Toughな実例

図15はMephamのToughな例である。これを以後、Mepham Tとして引用する。これを使用して、彼の分岐的手法を説明する。

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A			1	9					8
B	6				8	5		3	
C			7		6		1		
D		3	4		9				
E				5		4			
F					1		4	2	
G			5		7		9		
H		1		8	4				7
I	7					9	2		

図15 Mepham T

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A			1	9		7			8
B	6			1	8	5	7	3	
C			7	4	6		1		
D		3	4		9				
E				5		4			
F					1		4	2	
G			5		7	1	9		
H		1		8	4				7
I	7				5	9	2		

図16 Mepham T

(a)図15のMephamの問題を鍛冶ワールドで使用できるテクニックを使用して、解明出来るところをすべて記入する。この結果、図16を得る。この結果から、許されるテクニックを更に試みても、先には進めることが出来ない状況になる。この状況を安定した状態という。

常に、幾つかのテクニックを使用する際には、安定した状況に達してしまうことが証明出来る。この安定した状況になっても解に至らないときに、万策が尽きたときと言うこ

とにする。

(b)万策が尽きた段階で、分岐的手法を採用する。つまり、仮置きをするののために、どの未確定のマスとそのマスに入る可能な数字をどの様にして決めるか？

(c)図 1 6 から、鍛冶ワールドでの「予約」テクニックにより、2 数字による予約されるマスを探し出す。つまり、2 国同盟（ペア）を探し出す。この図 1 6 の場合には、

(i)マス A5 と C6 に数字 2,3 の予約（2 国同盟）

(ii)マス A5 と E5 に数字 2,3 の予約（2 国同盟）

が見つかる。

(d)この時点で、未確定のマスが 46 個あるが、その中からマス A5 を選択する。何故か？このマス A5 に入る数字は 2,3 の 2 つの内の一つであるから、正解にたどりつく確率は $1/2$ である。このマス以外を選択した場合の確率は $1/2$ 以下であるからである。

(e)更にマス A5 に入る可能性のある数字 2,3 から数字 3 を選択する、つまり、 $A5=3$ とする。つまり、図 1 6 で $A5=3$ を追加して、更に鍛冶ワールドでの許されているテクニックを利用して決まるマスを決めていくと、図 1 7 に達する。

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	5	2	1	9	3	7	6	4	8
B	6	4	9	1	8	5	7	3	2
C	3	8	7	4	6	2	1	9	5
D	2	3	4	6	9	8	5	7	1
E	1	7	6	5	2	4	8	○	3
F	8	5	○	7	1	3	4	2	9
G	4	6	5	2	7	1	9	8	3
H	9	1	2	8	4	6	3	5	7
I	7	○	8	3	5	9	2	1	4

図 1 7 Mephram T

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	3	4	1	9	2	7	5	6	8
B	6	9	2	1	8	5	7	3	4
C	8	5	7	4	6	3	1	9	2
D	1	3	4	2	9	6	8	7	5
E	2	7	8	5	3	4	6	1	9
F	5	6	9	7	1	8	4	2	3
G	4	2	5	3	7	1	9	8	6
H	9	1	6	8	4	2	3	5	7
I	7	8	3	6	5	9	2	4	1

図 1 8 Mephram T

(f)図 1 7 で、残っているマスは、E8, F3, I2 の 3 カ所である。マス E8 を考察する。マス E8 に入る数字は小ボックスから $E8=6$ となるが。しかし、E 行には、すでに $E3=6$ があり、同じ E 行に 6 が 2 度出現することになり矛盾となる。次に、マス F3 を考察する。この場合も小ボックスから、 $F3=9$ となる。しかし、3 列には既に $B3=9$ があるので、矛盾になる。更に、マス I2 を考える。小ボックスから $I2=3$ となる。しかし、既に I 行に、 $I4=3$ があるので矛盾になる。

いずれにしても、 $A5=3$ としたから、矛盾を引き起こしたのである。したがって、 $A5 \neq 3$ 、つまり $A5=2$ となる。

(g)図 1 6 に $A5=2$ を追加して、鍛冶ワールドで許されているテクニックを利用して決まる数字を記入していくと、今度は最後まで達成でき、図 1 8 を得る、つまり、正解を得る。